Szalay István

Állandó mágneses szinkronmotorok érzékelő nélküli szöghelyzet meghatározása korszerű szabályozási eljárásokhoz

Doktori értekezés

Témavezető:
Dr. Fodor Dénes
egyetemi docens
Teljesítményelektronika és Villamos Hajtások Tanszék
Széchenyi István Egyetem

SZÉCHENYI EGYETEM
UNIVERSITY OF GYŐR

Infrastrukturális Rendszerek Modellezése és Fejlesztése
Multidiszciplináris Műszaki Tudományi Doktori Iskola

Kivonat

Az értekezés egy újszerű kibővített állandó mágneses szinkrongép modellt ismertet és érvényesít, amely másodfokú tekercsfluxus-áram függvényt alkalmaz a mágneses telítődés szöghelyzet- és polaritásfüggő hatásainak jellemzésére, valamint bemutatja a modellre alapozva kifejlesztett kezdeti szöghelyzet meghatározásra és polaritásfelismerésre képes, jelbefecskendezés alapú érzékelő nélküli módszert. A modellbővítés központi eleme a Taylor-polinom alakban felírt másodfokú tekercsfluxus-áram függvény, amely a gép mágnesköreinek szöghelyzet és polaritás függő tulajdonságait modellezi annak érdekében, hogy a modell felhasználható legyen érzékelő nélküli módszerek fejlesztésében. A kibővített modell újszerűségét az adja, hogy a hagyományos modellekben alkalmazott elsőfokú helyett a tekercsfluxus-áram függvény másodfokú Taylor-polinomját alkalmazza, és beépíti azt a háromfázisú villamos gépek modellezésének hagyományos keretrendszerébe a négyzetes tag háromfázisú és kétfázisú alakjainak, valamint Park- és inverz Park-átalakításának kidolgozásával.

A modell a tekercsfluxus-áram függvény Hesse-mátrixán keresztül bevezeti a telítődési együtthatókat, amelyek az állórészhez kötött vonatkoztatási rendszerben meghatározó térbeli alapharmonikussal rendelkeznek, és ennek köszönhetően felhasználhatók a polaritásfelismerésben. A modell a mágneses telítődés számszerű jellemzésére bevezeti a Γ_0 polaritásfüggő telítődési együtthatót. A kibővített modell telítődési együtthatóinak mérésére egy általánosabb csillagpont kivezetéses és egy egyszerűsített, csillagpont kivezetés nélküli mérési eljárás lett kidolgozva. Az értekezés bemutatja a kibővített modell paramétereinek meghatározására és érvényesítésére kiépített mérőkörnyezetet és kísérleti hajtást, a kidolgozott mérési és paraméter identifikációs módszereket, valamint az elvégzett mérések eredményeit. A mérési eredmények alapján a kibővített modell tranziens viselkedése és szöghelyzetfüggése érvényesítve lett.

A kifejlesztett érzékelő nélküli módszer nemmodulált négyszög feszültségjel befecskendezést alkalmaz, és csak a három fázisáram mérését igényli. A befecskendezési eljárás hat véges hosszúságú lépésből áll. A jelfeldolgozás és a szöghelyzet becslés számításigénye kicsi. A befecskendezési időtartam hosszának szöghelyzet becslési és polaritásfelismerési hibára gyakorolt hatása is vizsgálat tárgyát képezte. Az érvényesített modellből a szöghelyzet- és polaritásfüggő áramösszetevők közelítő számítására szolgáló összefüggések lettek levezetve, és a megbízható polaritásfelismerés megvalósításának támogatása érdekében a befecskendezési időtartam tervezésére szolgáló módszer lett kidolgozva.

Abstract

In this thesis, a novel extended permanent magnet synchronous machine model is proposed and validated that incorporates a quadratic flux-current function to represent the rotor position-dependent and polarity-dependent components of saliency. Based on the model, a sensorless initial position detection method has been developed that uses high-frequency signal injection and is capable of polarity detection. The quadratic model extension is based on the second-order Taylor polynomial of the flux-current function that describes the rotor position and polarity-dependent properties of the phase windings' magnetic circuits, essential to the development of sensorless methods. The novelty of the model is that, instead of the traditional linear approach, it incorporates the quadratic term of the flux-current Taylor polynomial and integrates the polarity-dependent saliency into the modelling framework of three-phase machines by deriving the three-phase and two-phase forms, as well as the Park and inverse Park transforms of the quadratic term.

The model introduces the saliency coefficients as the elements of the Hessian of the flux-current function. In the stator-oriented reference frame, the saliency coefficients have dominant fundamental spatial harmonics that make them suitable for sensorless polarity detection. A new machine parameter, the polarity-dependent saliency coefficient Γ_0, is introduced to characterize the susceptibility of the machine to polarity-dependent magnetic saturation. To determine the saliency coefficients, two measurement methods have been developed. The more general method requires access to the neutral point, while the simplified version does not. The measurement environment and experimental drive system built for parameter identification and model validation as well as the measurement results are presented. Based on the measurement results, the transient and rotor position dependent behavior of the extended model have been validated.

The proposed initial position detection method injects non-modulated even square-wave voltage signals and relies only on phase current measurements. The injection scheme is deterministic and consists of fixed duration steps. The signal processing and rotor position estimation algorithm is computationally inexpensive. The effect of the pulse-length on the errors of the position estimation and polarity detection have been analyzed. To facilitate the implementation of reliable polarity detection, machine parameter-based approximations of the rotor position and polarity-dependent current components have been derived and a quantitative pulse-length design method have been developed.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Fodor Dénesnek, a kutatásban és az értekezés megírásában nyújtott segítségért, valamint a Széchenyi István egyetemi és az egykori pannon egyetemi munkatársaimnak, akik közreműködtek a kutatómunkámban, illetve segítették az előrehaladásom. Külön köszönetet mondok Dr. Enisz Krisztiánnak, Kohlrusz Gábornak, Medve Hunornak, Csomós Bencének, Márton Zoltánnak, Dr. Speiser Ferencnek és Dr. Kulcsár Tibornak a szakmai segítségükért.

Szeretném hálámat kifejezni az egész családomnak, amiért a több mint egy évtizedre elnyúló tanulmányaim alatt végig kitartóan támogattak. Enélkül ezt az értekezést nem készíthettem volna el.

Tartalomjegyzék

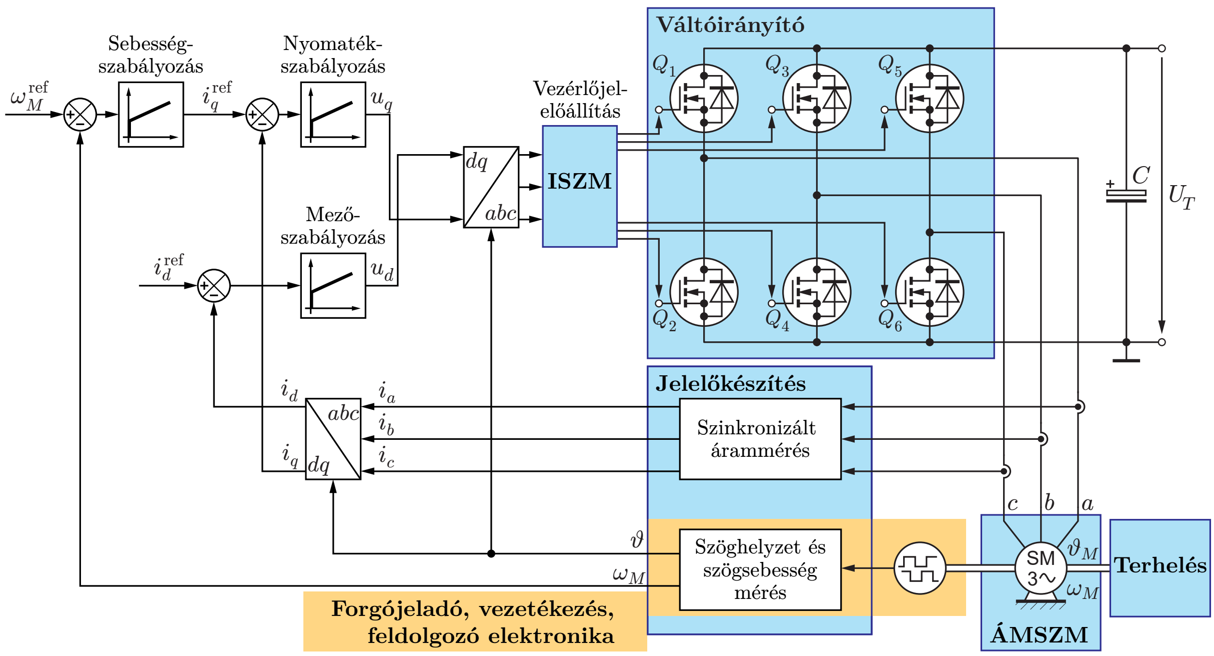
Ábrajegyzék

Táblázatjegyzék

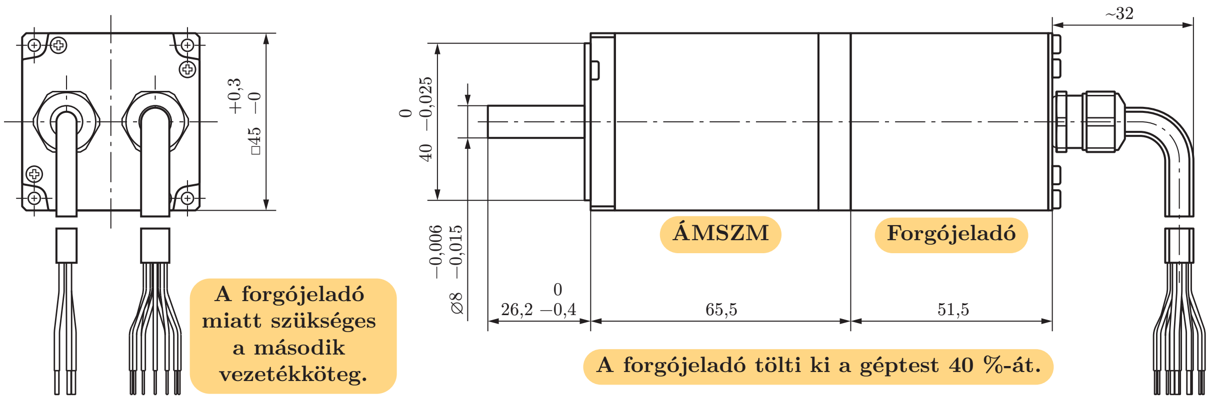
I. Az állandó mágneses szinkronmotoros hajtások érzékelő nélküli módszerei

A váltakozó áramú villamos hajtások forgójeladóinak – szöghelyzet és szögsebesség érzékelőinek – kiküszöbölése érdekében immár több mint három évtizede folyik kutatás (I.1. ábra). Az erre a célra kifejlesztett eljárásokat a szakirodalom összefoglalóan érzékelő nélküli módszereknek nevezi. Kutatásukat az érzékelők költségeinek megtakarítása, a méretcsökkentés, valamint a hajtás megbízhatóságának növelése indokolja.

Az első érzékelő nélküli módszereket az 1970-es évek végén dolgozták ki gerjesztett forgórészű szinkronmotoros [1] és kalickás forgórészű aszinkronmotoros [2] hajtásokhoz. Ezek az algoritmusok a váltakozó áramú villamos gépek állandósult állapotára vonatkozó helyettesítő áramkörökön alapultak. A fordulatszám- és forgatónyomaték-szabályozási képességeik korlátozottak voltak, azonban a feszültség-frekvencia vezérlésnél már némileg jobban teljesítettek [3]. Az 1980-as években a mikroelektronika és a teljesítményelektronika fejlődésének köszönhetően megjelentek új érzékelő nélküli szabályozási módszerek, amelyek egy adott fordulatszám felett a forgójeladót alkalmazó hajtásokhoz mérhető teljesítményt nyújtottak. Ezek a módszerek már az állórész feszültségegyenletén és a forgórész áramegyenletén alapultak, de a teljesítményük kis fordulatszámokon és állóhelyzetben még mindig gyenge volt. Az 1990-es években az érzékelő nélküli módszerekben megjelentek a korszerű szabályozáselméleti módszerek – az adaptív szabályozás és az állapot-visszacsatolás, alkalmazásuknak köszönhetően az érzékelő nélküli szabályozás hatékonysága jelentősen javult, és az érzékelő nélküli váltakozó áramú hajtások széleskörű elterjedése megkezdődhetett.



I.1. ábra. A forgójeladót alkalmazó állandó mágneses szinkronmotoros hajtás



I.2. ábra. A Maxon EC4-pole 45 252463 ÁMSZM forgójeladóval.

A teljesítményelektronika gyors fejlődésével párhuzamosan az 1980-as évek második felében új villamos gép típusok jelentek meg, az állandó mágneses szinkrongépek (ÁMSZG), valamint a kefe nélküli egyenáramú motorok [4]. Az érzékelő nélküli szabályozásuk kutatása az 1990-es évek elején megkezdődött [5, 6]. Az ipar által a villamos hajtásokkal szemben támasztott teljesítmény- és hatékonysági követelmények teljesítése érdekében a szinkrongépek gyorsan elterjedtek, és napjainkban a háztartási készülékektől kezdve az ipari robotokig, a villamos járművekig és a szélenergiatermelő-rendszerekig számos területen megszokott az alkalmazásuk [7–10].

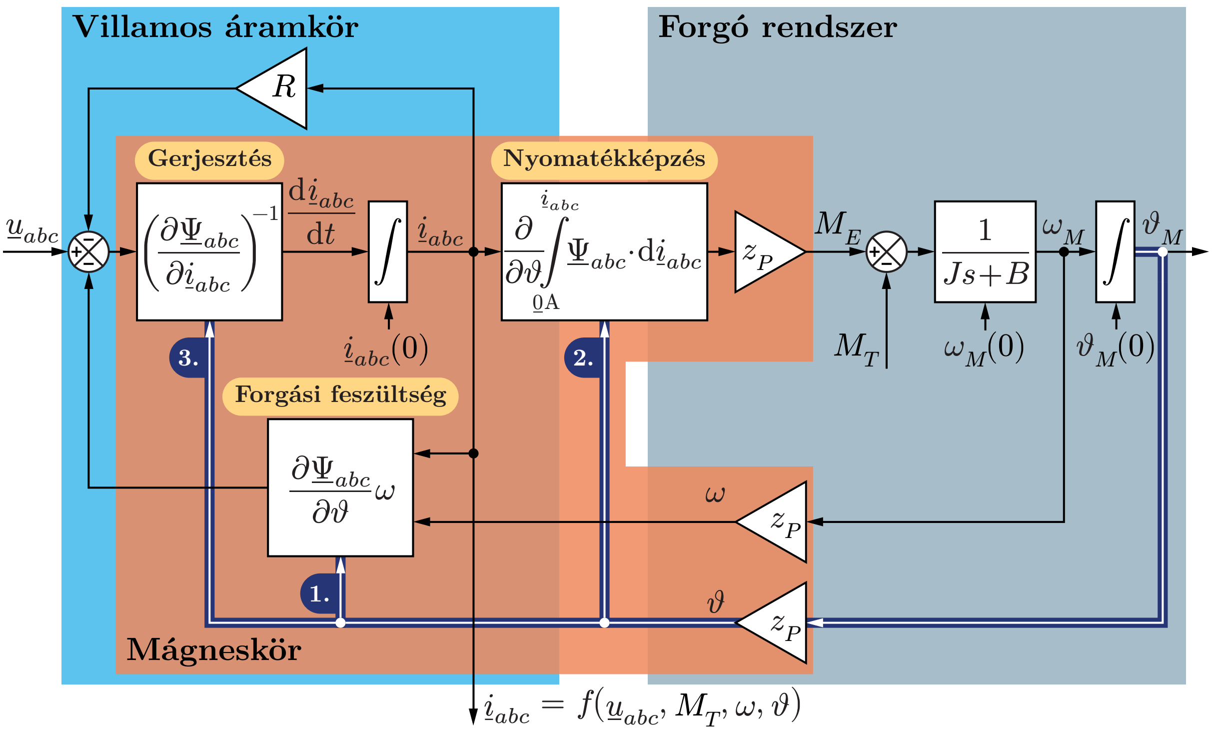
Az állandó mágneses szinkronmotorokat (ÁMSZM) nagy teljesítménysűrűségüknek, nagy hatásfokuknak és nagy forgatónyomaték-térfogat arányuknak köszönhetően előszeretettel alkalmazzák a nagy teljesítőképességű, nagy pontosságú és gyorsválaszú villamos hajtásokban [11]. Az ÁMSZM mezőorientált szabályozásához szükség van a fázisáramok és a forgórész szöghelyzetének mérésére és visszacsatolására. A forgórész szöghelyzetének ismerete az állórész és a forgórész mezeje közötti megfelelő szög fenntartásához elengedhetetlen [6]. A motor alaphelyzetbe állítás, visszirányú forgás és nemkívánatos lengés nélkül történő indításához a forgórész kezdeti szöghelyzetét, beleértve a forgórész mágneseinek polaritását is, kellően pontosan meg kell határozni [12].

A hagyományos állandó mágneses szinkronmotoros hajtásokban a forgórész szöghelyzetének és szögsebességének mérésére valamilyen forgójeladót, rendszerint optikai enkódert vagy rezolvert alkalmaznak. A forgójeladó alkalmazása azonban növeli az alkatrészköltséget és a hajtás méretét – kisebb méretű motoroknál ez jelentős lehet (lásd I.2. ábra), valamint számos ipari berendezésben csökkenti a hajtás megbízhatóságát és általános ellenálló képességét, továbbá korlátozza a zord környezetben történő alkalmazást [13–15]. Ezeken felül számos forgójeladó – jellemzően a Hall-érzékelőkön és a motor tengelyére szerelt mágnesezett tárcsán alapuló jeladók – csak kis felbontással szolgáltatja a forgórész kezdeti szöghelyzetét, az inkrementális enkóderek pedig egyáltalán nem tudják mérni azt. A forgórész nullhelyzetét jelző index csatornával is ellátott inkrementális enkóderek helyes felszerelése bonyolítja a gyártási folyamatot, de kezdeti szöghelyzet meghatározásra ezek sem képesek.

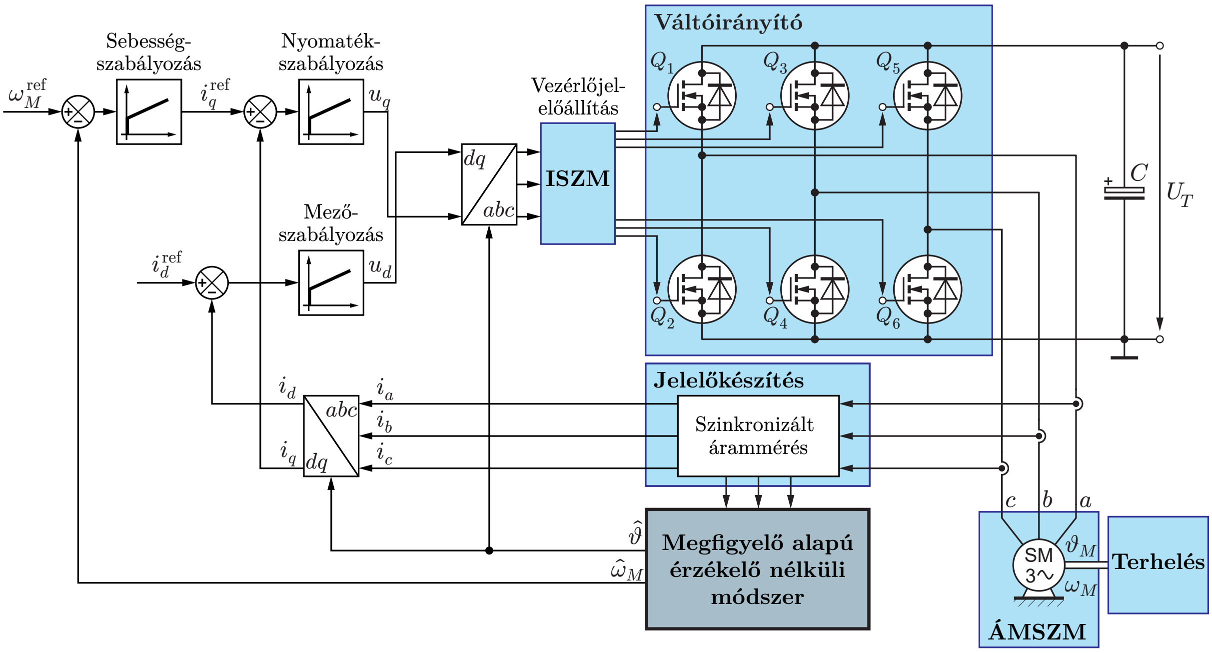
I.1. Az ÁMSZM hajtások korszerű érzékelő nélküli módszerei

A megbízhatóbb, költséghatékonyabb és ezáltal versenyképesebb ÁMSZM hajtások megvalósításához kulcsfontosságú a forgójeladók, valamint velük együtt a kapcsolódó jelfeldolgozó áramkörök és a vezetékezés elhagyása a szöghelyzet-érzékelő nélküli módszerek bevezetésével. Emellett a biztonságkritikus alkalmazásokban az érzékelő nélküli módszerek és a forgójeladók együttes alkalmazása növeli a hajtás megbízhatóságát a redundancia biztosításával [8, 9].

Az ÁMSZM hajtásokhoz kidolgozott érzékelő nélküli módszerek a forgórész villamos szöghelyzetét és szögsebességét forgójeladó alkalmazása nélkül, rendszerint árammérésre és egy megfelelő villamosgép-modellre támaszkodva, közvetett módon határozzák meg. Az érzékelő nélküli módszerek fizikai alapját minden esetben az ÁMSZM működésében fellelhető belső visszacsatolások szolgáltatják, amelyeken keresztül a forgórész szöghelyzete és szögsebessége visszahat a fázisáramokra. A belső visszacsatolások amiatt alakulnak ki, hogy a tekercsfluxus vektor a fázisáramok mellett a forgórész szöghelyzetének is függvénye. A forgórész szöghelyzete közvetlenül befolyásolja a forgási feszültséget, a tekercselés gerjesztését és a nyomatékképzést, a forgási feszültség ezen felül a forgórész szögsebességétől is függ. Az általános modell felépítése, valamint a számokkal jelölt szöghelyzet és szögsebesség visszahatások az I.3. ábrán láthatók. A modell szerkezetének fontos sajátossága, hogy nem a mechanikai, hanem a villamos szöghelyzet és szögsebesség hat vissza a fázisáramokra, ami miatt az érzékelő nélküli módszerek többpóluspáros gépek esetén csak az utóbbiak meghatározására lehetnek képesek.



I.3. ábra. Az állandó mágneses szinkrongépek általános modelljének blokkdiagramja, kiemelve a forgórész szöghelyzetének visszahatási módjait a fázisáramokra



I.4. ábra. Állandó mágneses szinkronmotoros hajtás állapotmegfigyelőt alkalmazó nagyfordulatszámú érzékelő nélküli módszerrel

Az érzékelő nélküli módszereket két nagy csoportba lehet osztani, megkülönböztethetünk nagyfordulatszámú és kisfordulatszámú módszereket. A nagyfordulatszámú érzékelő nélküli módszerek a gép alapgerjesztési modelljére támaszkodva, döntően a forgási feszültség fázisáramokra gyakorolt hatása (az **1.** visszahatás az I.3. ábrán) alapján, állapotmegfigyelővel becslik forgórész szöghelyzetét és szögsebességét (I.4. ábra).
A nagyfordulatszámú érzékelő nélküli módszerek működési elve alapulhat

- a forgási feszültség közvetlen számítására [16–18],
- forgórész fluxus megfigyelőre [19–22],
- csúszómód megfigyelőre [15, 23–25],
- kiterjesztett Kálmán-szűrőre [26–28], vagy
- alkalmazkodó megfigyelőre [29–32].

A nagyfordulatszámú érzékelő nélküli módszerek érzékenyek lehetnek a feszültség és az áramok mérésének, illetve a gépparaméterek megadásának pontosságára. A villamos gépek paramétereinek értéke gyakran függ a működési körülményektől, például a hőmérséklettől, ami befolyásolja a nagyfordulatszámú módszerek megbízhatóságát. Komoly problémát jelent, hogy a fordulatszám csökkenésével a feszültségek és az áramok is csökkennek, és emiatt a becslés, és vele a szabályozás jósága gyorsan romlik. Állóhelyzetben pedig a nagyfordulatszámú módszerek nem tudják megállapítani a forgórész szöghelyzetét, ami miatt nem tudják biztosítani a szabályozhatóságot, és így a motor rántásmentes, lehető legnagyobb forgatónyomatékkal történő indítását sem. A nagyfordulatszámú módszerek a névleges fordulatszám kb. 3 %-a felett képesek jól működő szabályozást biztosítani, amikor a forgási feszültség elegendően nagy [25, 28, 33–35].

Az érzékelő nélküli hajtások működési tartományának kisebb fordulatszámokra és állóhelyzetre történő kiterjesztését célozva dolgozták ki a betáplálást alkalmazó kisfordulatszámú érzékelő nélküli módszereket, amelyek lehetnek az alapvető impulzusszélesség-modulációs (ISZM) gerjesztésen vagy vizsgálójel-befecskendezésen alapuló forgórész követő módszerek [36, 37]. A motor által a betáplált jelre adott válasz torzul a szöghelyzet és szögsebesség függvényében, mivel részben a forgórész kialakítása miatt, részben a mágneses telítődés miatt a fázistekercselések mágnesköreinek állapota és viselkedése függ a forgórész szöghelyzetétől és szögsebességétől [38, 39].

A betápláláson alapuló kisfordulatszámú érzékelő nélküli módszerek megoldást ígérnek a nagyfordulatszámú módszerek fő hiányosságára, a kis fordulatszámon és állóhelyzetben történő szöghelyzet-meghatározásra, és erre alapozva a szabályozott indításra, illetve általánosságban a kis fordulatszámú működésre. Azonban ahhoz, hogy az érzékelő nélküli ÁMSZM hajtás széles fordulatszám-tartományban működőképes legyen, a nagy- és kisfordulatszámú módszerek együttes alkalmazása szükséges, és külön figyelmet kell fordítani a két módszer közötti átmenet biztosítására, hogy a hajtás megbízhatóan kezelje a szögsebesség-alapjel hirtelen változásait [18, 40].

Az alapvető ISZM gerjesztésen alapuló módszereknél a moduláció által okozott nagyfrekvenciás kapcsolási feszültség a betáplált jel, és a fázisáramok nagyfrekvenciás ingadozása a jelhordozó. A fázisáramok, illetve bizonyos módszerek esetén fázisáramok deriváltjainak modulációhoz szinkronizált mérésével és a megfelelő jelfeldolgozással nyerhető ki a villamos szöghelyzet értéke [41, 42].

I.2. Jelbefecskendezés alapú forgórész követő módszerek

Az alkalmazott jel frekvenciája és az általa kiváltott hatások alapján a vizsgálójel-befecskendezésen alapuló módszereket két csoportba lehet sorolni. A kisfrekvenciás módszereknél a vizsgálójel periódusideje a gép mechanikai időállandójához képest kicsi, a forgórész számottevő lengését okozza, és a jelhordozó a lengés által kiváltott forgási feszültség. A nagyfrekvenciás módszereknél a vizsgálójel periódusideje sokkal kisebb, mint a mechanikai időállandó, ezért a forgórész lengése elhanyagolható, és a jelhordozók a mágneskör szöghelyzet függése miatt torzult feszültségek vagy fázisáramok lesznek.

I.2.1. Kisfrekvenciás jelbefecskendezés

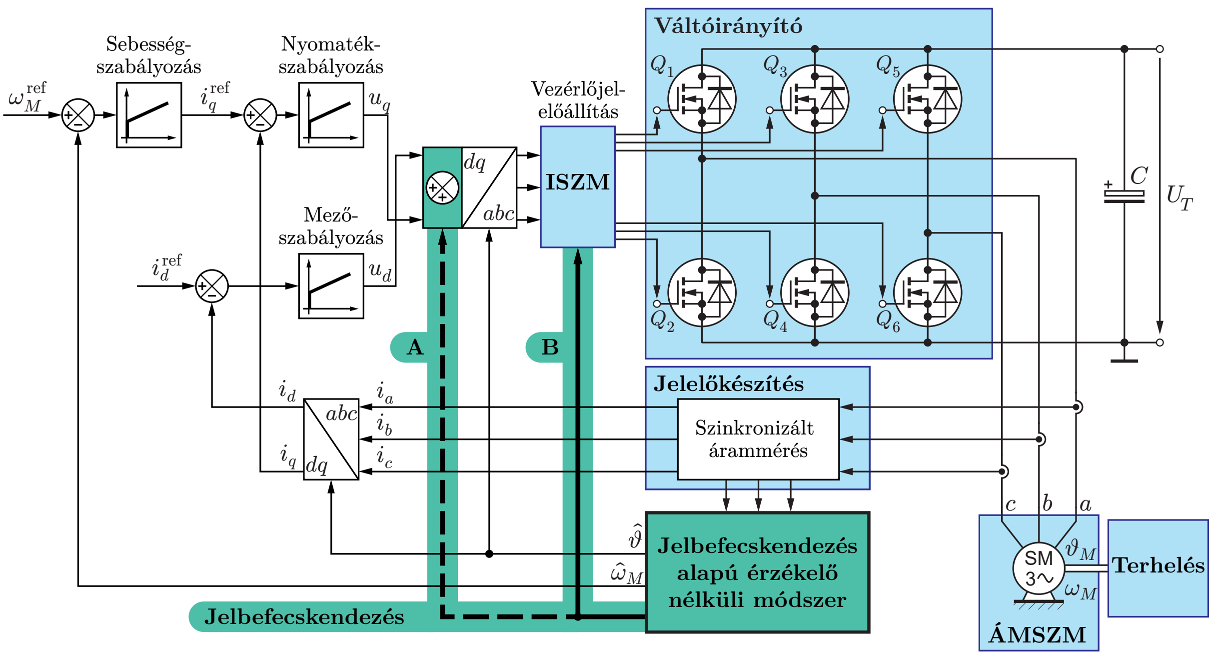
A kisfrekvenciás érzékelő nélküli módszereknél az alkalmazott vizsgálójel frekvenciája általában 10 és 50 Hz közé esik [43, 44]. A vizsgálójel a forgórész számottevő lengését idézi elő, ami feszültségeket indukál a fázistekercsekben. A forgórész villamos szöghelyzetére az indukált feszültségek térbeli eloszlása alapján lehet következtetni. A kisfrekvenciás jelbefecskendezés az ÁMSZM nyomatékképzését és a forgási feszültség szöghelyzet és szögsebesség függését, azaz az I.3. ábrán jelölt **1.** és **2.** visszahatást aknázza ki. A mágneskör gerjesztésének szöghelyzet függése, a **3.** visszahatás, csak zavarásként jelentkezik, és ezek a módszerek egyenletes mágneskörű motorokban is alkalmazhatók.

A kisfrekvenciás módszerek hátránya, hogy a forgórész lengésének amplitúdója függ a motor és a hozzá kapcsolt terhelés tehetetlenségi nyomatékától és súrlódási sajátosságaitól, illetve mindenképpen mozgásba hozzák a forgórészt és vele a terhelést, ami számos alkalmazásban elfogadhatatlan.

I.2.2. Nagyfrekvenciás jelbefecskendezés

A nagyfrekvenciás érzékelő nélküli módszereknél az alkalmazott vizsgálójel frekvenciája, illetve nem szinuszos vizsgálójelek esetén az alapharmonikus frekvenciája általában 100 Hz és 10 kHz közé esik. A vizsgálójel frekvenciáját alulról a forgórész mechanikai időállandója, felülről közvetlenül az ISZM frekvenciája, közvetve a teljesítménykapcsolók kapcsolási idői határolják be. A vizsgálójel frekvenciáját vagy alapharmonikusát úgy célszerű megválasztani, hogy a forgórész lengése a lehető legkisebb legyen, részben a hangkibocsátás csökkentése érdekében, részben amiatt, hogy ezek a módszerek általában egyszerűsített nagyfrekvenciás modellre alapulnak, amiből hiányzik a forgási feszültség és a nyomatékképzés, és emiatt a lengés nem információ hordozó, hanem zavarás. A nagyfrekvenciás módszerek a mágneskör gerjesztésének szöghelyzet függésére, azaz az I.3. ábrán jelölt **3.** visszahatásra alapulnak, az **1.** és **2.** visszahatás pedig zavarásként jelentkezik.

A jelbefecskendezés történhet az *abc* vagy a becsült d–q síkon, illetve moduláltan vagy nemmoduláltan. A jelbefecskendezést alkalmazó érzékelő nélküli ÁMSZM hajtások elvi felépítése az I.5. ábrán látható. Az ábrán az **A** jelút a d–q síkon történő modulált befecskendezésnek, a **B** jelút az *abc* síkon történő nemmodulált (a vezérlőjel-előállítást felülbíráló) befecskendezésnek felel meg.



I.5. ábra. A jelbefecskendezést alkalmazó érzékelő nélküli állandó mágneses szinkronmotoros hajtások elvi felépítése

A befecskendezett vizsgálójel alakját úgy célszerű megválasztani, hogy a forgórész válaszáram által okozott eredő perdületváltozása – a forgatónyomaték idő szerinti határozott integrálja a befecskendezés teljes időtartamán – nulla legyen, vagy más szavakkal kifejezve, a vizsgálójel ne rántsa el forgórészt, és ne tudja befecskendezésről befecskendezésre egy kicsivel mindig ugyanabba az irányba forgatni, végeredményben számottevő elfordulást okozva vagy az alapgerjesztés nyomatékképzését zavarva. Ennek a feltételnek a nulla középértékű periodikus jellegű, valamint a d-irányba befecskendezett vizsgálójelek felelnek meg legjobban.

A szakirodalomban ismertetett módszerek általában modulált szinuszos vagy nemmodulált négyszög alakú vizsgálójelet alkalmaznak [K-1]. A modulált szinuszos nagyfrekvenciás jelbefecskendezéses módszerek egy viszonylag kis amplitúdójú, de a gép alapgerjesztéséhez képest nagyfrekvenciás vizsgálójelet fecskendeznek be. A modulált szinuszos jelbefecskendezés két leggyakoribb változata a lüktető térvektort alkalmazó a forgórészhez rögzített koordináta-rendszerben, illetve forgó térvektort alkalmazó az állórészhez rögzített koordináta-rendszerben (I.5. ábra, **A** jelút) [34, 45–48]. A négyszögjelbefecskendezésen alapuló módszerek modulált vagy nemmodulált, folytonos vagy szakaszos négyszög vizsgálójeleket alkalmaznak (I.5. ábra, **B** jelút) [49, 50].

A nagyfrekvenciás jelbefecskendezés alapú érzékelő nélküli módszerek az állandó mágneses szinkronmotorok induktivitásainak szabályos szöghelyzet függését használják ki, amit a forgórész kiálló pólusos vagy belső mágneses kialakítása, a felület-szerelt állandó mágnesek miatt egyenetlen légrése, a forgórész vasmagjában kiképzett fluxusterelő kivágások, vagy a mágneses telítődés okoz. Ezek a módszerek általában képesek a forgórész valamelyik tengelyének követésére függetlenül attól, hogy a gép mágneskörének szöghelyzetfüggő mágnesesellenállás-változása a kialakításból, a telítődésből, vagy kettő együttes hatásából következik [38, 39].

A feszültségjellegű váltóirányítót alkalmazó ÁMSZM hajtásokban az árammeréshez szükséges hardver áll rendelkezésre. Emiatt a befecskendezett vizsgálójel célszerűen feszültség jel, amelyre a fázisáramokon keresztül válaszol a gép. A kialakuló áramválasz a forgórész szöghelyzetétől függő módon torzul, ami az alapharmonikusa amplitúdójában és fázisában, valamint a felharmonikus tartalmában jelentkezik. Az árammérés helye (a közbenső köri, illetve a tápoldali, a földoldali és a vonali fázisáram mérés a szokásos megoldások) az érzékelő nélküli módszer jelfeldolgozásának menetét csak a fázisáram értékek visszaállításáig befolyásolja, azonban az egyszerűsített áramérzékelős megoldások esetén a jel-zaj viszony rosszabb, mint a legjobb eredményt adó három érzékelős vonali árammérés esetén.

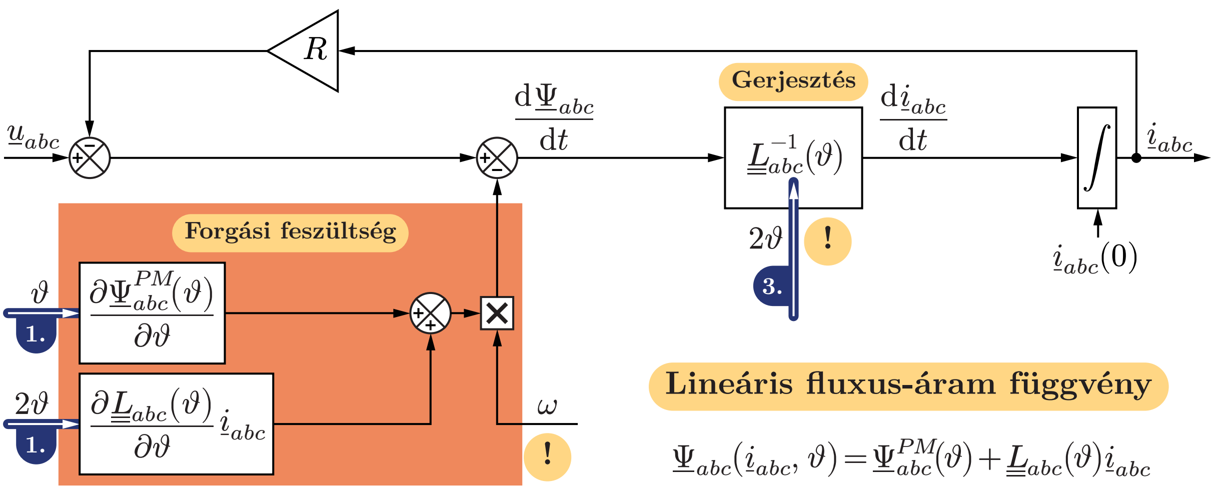
A nagyfrekvenciás jelbefecskendezést alkalmazó induktivitás-alapú forgórész követő módszerek rendkívül fontos előnyös tulajdonsága, hogy érzéketlenek a paraméterek pontatlanságára vagy egyáltalán nem is szükséges az értékük ismerete. A működésük feltétele általában mindössze annyi, hogy a d- és a q-irányú öninduktivitások értékei különbözzenek, a d- és q-irány közötti kölcsönös induktivitások pedig az öninduktivitásokhoz képest legyenek elhanyagolhatóan kicsik.

I.3. A kezdeti szöghelyzet meghatározás módszerei

Az érzékelő nélküli módszerek fontos részfeladata az állóhelyzetben történő vagy kezdeti szöghelyzet meghatározás, amit a néhány létező módszer két lépésben végez el. Először az induktivitás-alapú forgórész követő megkeresi a $+d/-d$ tengelyt, majd egy másik módszer ismeri fel a forgórész mágnesek polaritását, ami alapján a $+d$ és $-d$ tengely megkülönböztethető [34, 51, 52]. Mindkét lépéshez nagyfrekvenciás modellre van szükség, amelyet gyakran az alapgerjesztési modellből származtatnak [33].

A nagyfrekvenciás modellek legfontosabb része a fluxusmodell, amely összekapcsolja a fázisok tekercsfluxusait, a fázisáramokat és a forgórész szöghelyzetét, és így magába foglalja a motor mágnesköreinek és kapcsolódó paramétereinek a forgórész szöghelyzetétől való függését. A fluxusmodell részét képezik az állandó mágnesek által keltett tekercsfluxusok, a fázisáramok és a tekercsfluxusok közötti arányosságot jellemző ön- és kölcsönös induktivitások, valamint a mágneses telítődéssel kapcsolatos nemlinearitások paraméterei, amennyiben az adott modell ezeket is figyelembe veszi. Egyes források ezeket elsődleges és másodlagos szöghelyzetfüggésekként osztályozzák [53, 54], és az induktivitásokat sorolják az elsődleges, a mágneses telítődés okozta nemlinearitásokhoz kapcsolódó mennyiségeket pedig a másodlagos szöghelyzetfüggések közé.

A legtöbb ÁMSZM esetén az *abc* ön- és kölcsönös induktivitásoknak villamos szögben a második térbeli harmonikusa a meghatározó [K-2], és ennek következtében az L_d és L_q induktivitások különböző, de a forgórész szöghelyzetétől független állandó értékűek. Bár a forgórész követő algoritmusok az *abc* induktivitások alapján meg tudják találni a $+d/-d$ tengelyt, a forgórész mágneseinek polaritása nem határozható meg belőlük, mivel az *abc* induktivitások értékei a második térbeli harmonikus jellegük miatt bármely ϑ és $\vartheta+180°$ villamos szöghelyzetben megegyeznek [K-2, 55]. Az I.6. ábrán látható, hogy lineáris fluxus-áram függvény esetén az állandó mágnesek keltette forgási feszültség az egyetlen térbeli alapharmonikussal rendelkező visszahatás a szöghelyzettől a fázisáramok felé, de ez megszorzódik a szögsebességgel, ami állóhelyzetben nulla.



I.6. ábra. Az állandó mágneses szinkrongép gerjesztésének és forgási feszültségének blokkdiagramja lineáris fluxus-áram függvényt feltételezve

I.4. A polaritásfelismerés létező módszerei

Tekintettel arra, hogy az induktivitások második harmonikus jellegéből adódó kezdeti szöghelyzet meghatározási a kétértelműség a kívánttal ellentétes irányú forgást és nem kívánatos lengéseket okozhat, a polaritásfelismeréséhez egy eltérő elven működő algoritmusra van szükség. A forgórész mágnesek polaritásának felismerésére, azaz a $+d$ és a $-d$ tengely megkülönböztetésére több különböző eljárást javasoltak a vonatkozó szakirodalomban. Ezek egy része a forgórész megmozdítását igényli, míg a fejlettebb módszerek enélkül képesek működni. A legegyszerűbb és egyben a legelőnytelenebb megoldás a forgórész alaphelyzetbe állítása az abc rendszerben adott irányú gerjesztéssel. Ez a forgórész és a terhelés hirtelen, legrosszabb esetben 180°-os elfordulásával és esetleg lengéssel jár, ami számos alkalmazásban elfogadhatatlan. Az alaphelyzetbe állításnál némileg fejlettebb megoldás rövid q-irányú impulzusokkal csak egy kis elfordulást idéz elő, és az eközben indukált feszültséget, a mért áramértékeket, valamint az induktivitás-alapú forgórész követés által jelzett elfordulási irányt használja fel a polaritásfelismerésére [51]. A forgórész elfordulása ennél a módszernél viszonylag kicsi és irányítható nagyságú, de számos alkalmazásban ez még mindig elfogadhatatlan.

A polaritásfelismerés a forgórész megmozdítása nélkül a mágneses telítődés által okozott másodlagos szöghelyzetfüggőségek alapján lehetséges, ugyanis ezek között találunk olyanokat, amelyeknek villamos szögben a térbeli alapharmonikusa a meghatározó. Számos cikk a $+d/-d$ tengely induktivitás-alapú megkeresése után a polaritásfelismeréséhez rövid d-irányú feszültségimpulzusokat fecskendez be [34, 50, 56–58]. A kísérleti eredmények azt mutatják, hogy a $+d$ vagy mágnesező irányú feszültségimpulzus a mágneses telítődés nemlinearitása miatt nagyobb válaszáramot eredményez, mint az azonos amplitúdójú és időtartamú impulzus a $-d$ vagy lemágnesező irányban. A d-irányú betáplálásnak köszönhetően a vizsgálójel forgatónyomatéka még nagy amplitúdó esetén is elhanyagolhatóan kicsi. Más megoldások több feszültségimpulzust alkalmaznak, és a válaszáramokban nem csak a telítődés, hanem az induktivitások hatását is feltételezve a forgórész szöghelyzetét közvetlenül határozzák meg, különálló induktivitás-alapú d tengely kereső algoritmus alkalmazása nélkül [49, 58, 59]. Ezek a módszerek nem építik be a telítődés hatásait az ÁMSZG dinamikus modelljébe, és nem a modellből vezetik le a működési módjuk helyességét, hanem a kísérleti eredményekre támaszkodnak.

A hagyományos ÁMSZG modellben használt lineáris tekercsfluxus-áram összefüggés az induktivitások által hordozott elsődleges szöghelyzetfüggőséget magába foglalja, a térbeli alapharmonikusokkal jellemezhető másodlagos szöghelyzetfüggőségeket azonban nem tartalmazza, mivel ezek a tekercsfluxusok és a fázisáramok közötti nemlinearitásokhoz kapcsolódnak. A szakirodalomban fellelhető néhány linearizált modellezési eljárás. Néhány cikk különböző L_d statikus vagy dinamikus induktivitásokat határoz meg pozitív és negatív d-irányú áramokhoz, és ellentétes értéket rendel L_d-hez az északi és a déli pólus közelében [49, 50, 58, 60–63]. Az északi pólus-pozitív i_d és a déli pólus-negatív i_d párosításokban a telítődés mértéke növekszik és L_d kisebb, mint a másik két esetben, ahol a telítődés mértéke csökken. Ez a megközelítés két különböző időállandójú lineáris modellre bontja az ÁMSZG modellt, ezzel szakadást okozva az áram előjelváltása esetén, és ráadásul a modell érvényessége a d-irányú betáplálásra korlátozódik.

A linearizálásnál általánosabb modellezési megközelítések a tekercsfluxus-áram összefüggést a mögöttes nemlineáris függvények, azaz a mágnesezési görbék fázisáramok szerint sorba fejtett Taylor-polinomjaként írják fel, figyelembe véve az állandó, a lineáris, a négyzetes és esetleg a magasabb fokszámú tagokat is. [11] a d-irányú Ψ_d tekercsfluxust a d-irányú i_d áram másodfokú függvényeként határozza meg, felhasználva a Taylor-sorfejtéssel nyert állandó, lineáris és négyzetes tagokat. Ebben a modellváltozatban a négyzetes tag együtthatói, azaz a Ψ_d i_d-szerinti második deriváltja a polaritásfüggő mennyiség. [64] és [65] a d-irányú áramot határozza meg a d-irányú tekercsfluxus másodfokú függvényeként, és i_d Ψ_d-szerinti második deriváltja a polaritásfüggő mennyiség. [57] az L_d és L_q induktivitásokat írja fel az i_d, illetve az i_q áram másodfokú függvényeként, amiben a d-irányú induktivitást közelítő függvény lineáris tagjának együtthatója a polaritásfüggő mennyiség.

A tekercsfluxus-áram függvényt a $d{-}q$ rendszerben egyszerűsített Taylor-polinomként meghatározó modellezési eljárások közös sajátossága, hogy a polaritásfüggő mennyiség a d-irányú mágnesezési görbe i_d-szerinti második deriváltjához, azaz a mágnesezési görbe görbületéhez kötődik.

A polaritás információt a forgórész megmozdítása nélkül, nagyfrekvenciás jelbefecskendezéssel kinyerő módszerek működése

- véges számú feszültségimpulzusra adott válaszáramok [34, 56, 58, 59, 66],
- hosszabb idejű négyszögjel befecskendezésre adott válaszáram [49, 50, 67, 68],
- az impulzusszélesség-moduláció okozta áramingadozás [68], illetve
- szinuszos befecskendezésre adott válaszfeszültség [69] vagy válaszáram [53, 65, 70]

mintavételezett értékeit feldolgozó algoritmusokon alapul. A szinuszos jelbefecskendezéses módszerek a telítődés nemlineáris jellege miatt a válaszáram spektrumában felharmonikusok keletkezésére számítanak. A kísérleti eredmények szerint a válaszáram második időbeli harmonikusa hordoz polaritás információt, ezért néhány cikkben olyan jelfeldolgozó algoritmusokat dolgoztak ki, amelyek ezt nyerik ki a mért áramjelből, és ez alapján ismerik fel a forgórész mágnesek polaritását [53, 65, 70].

I.5. A létező ÁMSZG telítődés modellek és polaritásfelismerő módszerek hiányosságai

Az érzékelő nélküli módszerekben alkalmazott mágneses telítődés modellek hiányosságait a jelenség és a kapcsolódó matematikai összefüggések bonyolultsága miatt tett egyszerűsítések okozzák. A telítődés eredendően nemlineáris jelenség, emiatt a linearizált modellek óhatatlanul elveszítik a rendszer bizonyos sajátosságait, és szakadásokat vagy töréspontokat vihetnek be a gép dinamikus modelljébe, és ezen felül korlátozzák annak érvényességét, például d-irányú vagy q-irányú, pozitív vagy negatív gerjesztésre. A linearizált jelleg miatt ezek a modellek a telítődés nemlineáris hatásainak analitikus vizsgálatára sem használhatók fel.

A tekercsfluxus-áram függvény a választott koordináta-rendszertől függetlenül többváltozós és vektorértékű, amiben a forgórész szöghelyzete is megjelenik, vagy legalábbis megjelenhet, mint második független változó az áramvektor mellett. A tekercsfluxus-áram függvény valódi egyenlete nem ismert, emiatt mindenképpen közelítő egyenletet kell alkalmaznunk, aminek a paramétereit tudjuk mérési úton meghatározni. Ezek a paraméterek a forgórész szöghelyzetének függvényei lesznek, és különböző térbeli harmonikus tartalommal rendelkezhetnek, amit ugyancsak mérési úton lehet meghatározni. A helyzetet tovább bonyolítja, hogy mind a fő fluxus telítődés, mind a kereszttelítődés kiválthat a paraméterekben különböző frekvenciájú térbeli harmonikusokat, a polaritásfelismerő algoritmusokban azonban ezek közül csak a térbeli alapharmonikussal rendelkezőkre van szükség.

Ahhoz, hogy paraméter identifikációs módszereket tudjak alkalmazni, olyan fluxusmodellt kellett kidolgoznom, amit behelyettesítve a feszültségegyenletbe a módszernek megfelelő felépítésű modellegyenletekhez jutunk, például lineáris regressziós módszereknél a feszültségegyenletnek a mérhető mennyiségek lineáris kombinációjából kell felépülni, és az ismeretlen paramétereknek az együtthatókban kell szerepelniük. Ennek a követelménynek matematikai szempontból a Taylor-polinom alapú fluxusmodellek felelnek meg leginkább, viszont a szakirodalom ezekre csak d—q-beli példákat hoz, miközben a gépeken közvetlen mérést a háromfázisú abc-rendszerben tudunk végezni. Ezen felül a szakirodalmi példák minőségi (kvalitatív) modellek, a polaritás információt hordozó mennyiségek nem mért paraméterek, hanem pusztán az értékükre, ezen belül is általában az előjelükre tett következtetésekből kiindulva vonnak le újabb következtetéseket az áram sajátosságaira vonatkozóan [11, 34, 49, 57, 64, 65]. Ahhoz, hogy a polaritásfelismerő algoritmus, például a befecskendezett feszültségimpulzusok hossza, vagy a befecskendezett szinuszos vizsgálójel amplitúdója tervezhető legyen, mennyiségi (kvantitatív) modellre van szükség.

A létező nagyfrekvenciás modellek egy további hiányossága, hogy elhanyagolják a fázisellenállásokat [33, 34, 63, 71]. Általánosságban a nagyobb méretű ÁMSZM-ek induktivitásai nagyobbak, fázisellenállásuk és villamos időállandójuk pedig kisebb, mint a kisméretű gépeké. Bizonyos alkalmazásokban, például ahol a teljesítményátalakító és a gép közötti vezetékezés nagyon hosszú, illetve bizonyos típusoknál, például a kutatásomban felhasznált kisméretű, légmagos tekercselésű ÁMSZM-ek esetén, a fázisellenállások és a villamos időállandó értéke viszonylag nagy, és emiatt a jelbefecskendezés számára megfelelő frekvencia tartományban nem hanyagolható el.

II. Tudományos célkitűzések

Az értekezés célja egy megbízható polaritásfelismerésre képes és költséghatékonyan kivitelezhető érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározó módszer kidolgozása háromfázisú, légmagos tekercselésű, állandó mágneses szinkronmotorokhoz. Ezt a következő részfeladatokra bontottam:

- Egy olyan állandó mágneses szinkrongép modell kidolgozása, amely magába foglalja a gépek szöghelyzet- és polaritásfüggő sajátosságait és ezeket beépíti a hagyományos modellbe. A modellnek lehetőség szerint fehérdoboz jellegűnek kell lennie, azaz a modellezett fizikai jelenségek működését és a kapcsolódó mennyiségek jelentését is fel kell tárni.
- A kidolgozott modell paramétereit mérési úton meg kell határozni, és az értéküktől független sajátosságaikat a modellbe be kell építeni. Itt elsősorban a szöghelyzetfüggő és különösen a polaritásfüggő mennyiségek térbeli harmonikus tartalmára gondolok, amit a villamos gépek modellezésében használt állórészhez és forgórészhez kötött koordináta-rendszerek sajátos kapcsolatának köszönhetően paraméterből a modell szerkezetének részévé lehet tenni.
- A kidolgozott és felparaméterezett modellt mérési úton érvényesíteni kell. Az érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározás és polaritásfelismerés szempontjából a modellel szembeni legfontosabb elvárás, hogy a hajtásban mérhető mennyiségek, elsősorban a fázisáramok szöghelyzetfüggő sajátosságait helyesen jelezze előre, de emellett a tranziens és a frekvenciatartományon mutatott viselkedés is vizsgálat tárgyát kell képezze. A modellnek összhangban kell lennie a szakirodalomban ismertetett kísérleti eredményekkel, amelyek szerint a négyszög feszültségjelre adott áramválasz szöghelyzet- és polaritásfüggő, szinuszos befecskendezés esetén pedig polaritásfüggő második harmonikus képződés figyelhető meg.
- Az érvényesített modellre támaszkodva érzékelő nélküli szöghelyzet meghatározó és polaritásfelismerő módszert kell kidolgozni. A modellre támaszkodva megfelelő vizsgálójel típust kell választani. Mérési adatok alapján fel kell térképezni a módszer teljesítőképessége és a vizsgálójel jellemzői közötti összefüggéseket. A vizsgálójel méretezésére szolgáló eljárást kell kidolgozni. A fejlesztés során szem előtt kell tartani a költséghatékonyságot, amit várhatóan a fázisáram mérésre korlátozódó és kis számításigényű érzékelő nélküli módszerrel lehet elérni.

Az értekezés négy fő fejezete a fenti négy célkitűzés kapcsán elvégzett kutatást, fejlesztést és az elért eredményeket ismerteti.

1. Az állandó mágneses szinkrongép modelljének bővítése polaritásfelismeréshez

Az állandó mágneses szinkrongépek irányításelméletben használatos koncentrált paraméterű dinamikus modellje a térfazor-elmélet alapján alkotható meg, amely a váltakozó áramú villamos gépek matematikai modellezésében és mezőorientált vektoriális szabályozásában használatos módszer [38]. Az állandó mágneses szinkrongép összetett rendszer, modellezése során célszerű a villamos, a mágneses és a géptani részt szétválasztani. A villamos részmodell a motor helyettesítő kapcsolásának feszültségegyenlete, amely a fázisfeszültségeket, a fázisáramokat és a fázisfluxusokat összekapcsoló differenciálegyenlet. A géptani részmodell forgórész nyomatékegyenlete, amely forgórész szöggyorsulását és a forgórészre ható forgatónyomatékokat összekapcsoló differenciálegyenlet. A gépben zajló mágneses jelenségeket a fluxusmodell írja le, amely a fázisfluxusokat, a fázisáramokat és a forgórész szöghelyzetét összekapcsoló algebrai egyenlet.

A fejezet első két szakaszában a villamos és a géptani részmodellt ismertetem, igazodva a hagyományos ÁMSZG modellhez. A harmadik szakaszban mutatom be az általam kidolgozott másodfokú fluxusmodellt és az alapjául szolgáló fizikai jelenségeket, a későbbi szakaszokban pedig a hagyományos modellhez történő matematikai illesztéséhez kidolgozott összefüggéseket és a polaritásfelismeréshez kibővített ÁMSZG modellt.

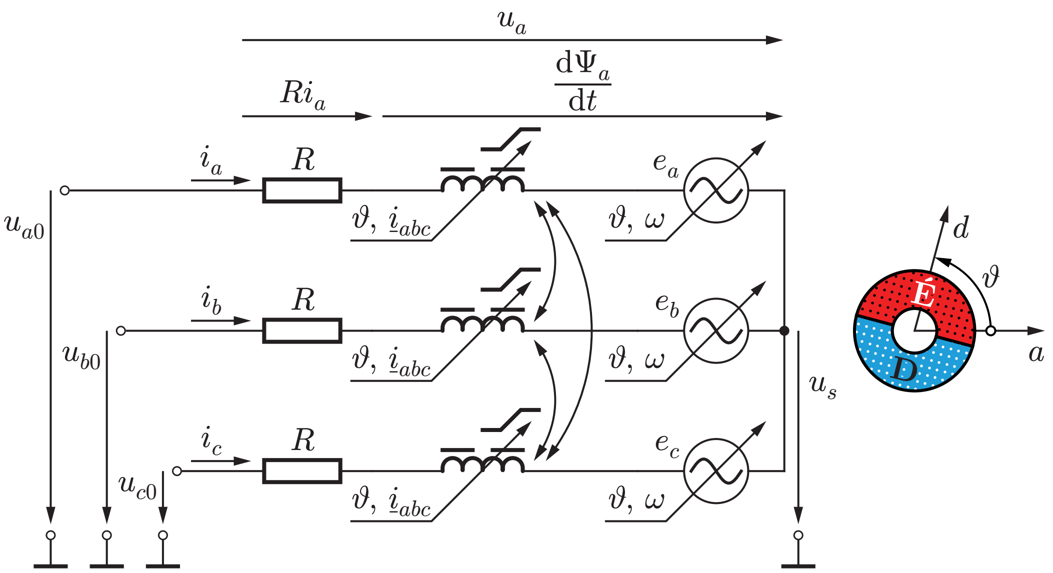
1.1. A villamos áramköri modell

A villamos modell központi eleme az állórész feszültségegyenlete, amely a térfazorelmélet alkalmazásával írható fel a csillagkapcsolt fázistekercseket magába foglaló háromfázisú helyettesítő kapcsolásból kiindulva (1.1. ábra). A fázistekercsek egy állandónak tekinthető ohmos ellenállásból és a tekercsfluxusaik idő szerinti teljes deriváltjaival megegyező feszültségforrásokból állnak, amelyek nyugalmi és mozgási induktív részekre bonthatók. A helyettesítő kapcsoláson jelöltem, hogy a fázistekercsek csatoltak, nemlineárisak, paramétereik függenek a fázisáramoktól és a forgórész szöghelyzetétől, valamint a forgórész mozgása által indukált feszültség szöghelyzet és szögsebesség függő, azonban ezeknek a részletes jellemzése a később ismertetett fluxusmodell feladata.

A gép villamos részének matematikai modellezése a fázisok feszültségegyenleteinek az *abc* háromfázisú, állórészhez kötött koordináta-rendszerben történő felírásával kezdődik. A fázisfeszültség-egyenletek az

$$u_a = Ri_a + \frac{\mathrm{d}\Psi_a}{\mathrm{d}t}, \quad u_b = Ri_b + \frac{\mathrm{d}\Psi_b}{\mathrm{d}t}, \quad \text{és} \quad u_c = Ri_c + \frac{\mathrm{d}\Psi_c}{\mathrm{d}t} \tag{1.1}$$

alakokat veszik fel. Az egyenletekben a jellemzett fázistekercs ellenállásán eső feszültség, valamint a tekercsfluxus idő szerinti teljes deriváltja szerepel. A fázisok ohmos ellenállásait egyenlőnek tekintettem (R). Az állandó mágneses szinkrongépben – a tekercselt



1.1. ábra. Az állandó mágneses szinkrongép háromfázisú helyettesítő kapcsolása.

forgórészűvel ellentétben – a forgórész feszültségegyenlete nem értelmezhető, a forgórész tekercsfluxusa pedig az állandó mágnes(ek) Ψ_{PM} tekercsfluxusát jelenti.

A fázisáramokra érvényes a csillagponti törvény, miszerint

$$i_a + i_b + i_c = 0\,\mathrm{A}. \tag{1.2}$$

A csillagponti törvény szerint a három fázisáram közül csak kettő független. Mivel a fluxusmodell az áramok és tekercsfluxusok közötti kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, ez utóbbiak közül is, és végső soron a fázisfeszültség-egyenletek közül is csak kettő független. Emiatt lehetséges és célszerű is a fázismennyiségeket a forgórész tengelyére merőleges síkban elhelyezkedő vektorokba összevonni. A három fázisfeszültség-egyenlet azonos felépítésű, összevonásuk a megfelelő mennyiségek oszlopvektorokba rendezésével történik:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{a0} - u_s \\ u_{b0} - u_s \\ u_{c0} - u_s \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

Bevezetve önálló jelöléseket az oszlopvektorok számára, ugyanakkor jelölve a függvények független változóit is, a háromfázisú feszültségegyenlet az

$$\underline{u}_{abc}(t) = R\underline{i}_{abc}(t) + \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc}(t)\,,\vartheta(t))}{\mathrm{d}t} \tag{1.4}$$

alakot veszi fel, ahol $\underline{u}_{abc}$ a feszültségvektor, $\underline{i}_{abc}$ az áramvektor, $\underline{\Psi}_{abc}$ a tekercsfluxusvektor, és ϑ a forgórész villamos szöghelyzete, azaz az d és az a tengely között mért szög (1.1. ábra). A feszültség- és az áramvektor, valamint a szöghelyzet az idő függvényei, tekercsfluxusvektor viszont az áramvektortól és a szöghelyzettől függ, közvetlen időfüggése nincs. A továbbiakban az egyszerűség kedvéért a független változókat csak a kiemelt fontosságú helyeken fogom jelölni.

1.1.1. Áttérés kétfázisú koordináta-rendszerbe

A feszültségegyenlet háromfázisú alakjának fázis- vagy Clarke-átalakítását általános esetben vektoriális alakban, mátrix transzformáció segítségével lehet elvégezni. Az átalakítás a $\underline{\underline{C}}$ Clarke-transzformációs mátrixszal balról történő szorzással végezhető el.

$$\underline{\underline{C}} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos 0° & \cos 120° & \cos 240° \\ \sin 0° & \sin 120° & \sin 240° \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

A $\underline{\underline{C}}$ mátrixszal az (1.4) egyenlet mindkét oldalát meg kell szorozni. Az egyenlet lineáris jellegének és a mátrix állandó értékének köszönhetően a jobb oldalon tagonként szorozva előállíthatjuk az áramvektor és a tekercsfluxusvektor transzformáltját is.

A fázisátalakítás eredménye az alábbi $\alpha-\beta$ kétfázisú egyenletrendszer, kiegészítve a γ jelű zérusrendű egyenlettel:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_\gamma \end{bmatrix} = R\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \\ \Psi_\gamma \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

$$\underline{u}_{\alpha\beta\gamma} = R\underline{i}_{\alpha\beta\gamma} + \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{\alpha\beta\gamma}\left(\underline{i}_{\alpha\beta\gamma}, \vartheta\right)}{\mathrm{d}t} \tag{1.7}$$

A csillagkapcsolás következtében feszültségegyenletben szereplő zérusrendű γ összetevők mindegyikének 0 az értéke. Emiatt a feszültségegyenletek közül ez elhagyható. A fluxusmodell esetében viszont azt fogjuk látni, hogy a zérusrendű együtthatók értéke nem mindig nulla, és az *abc*-beli értékek visszaállításához szükség lesz rájuk.

A zérusrendű egyenlet elhanyagolásával csak két összetevő, az α- és a β-irányú marad meg, amelyekből egy síkbeli vektormennyiséget vagy komplex számot képezhetünk. Ez az úgynevezett Park-vektor vagy térvektor, amely egyértelműen meghatározza mindhárom *abc*-beli fázisösszetevő pillanatnyi értékét. A feszültség-, áram- és tekercsfluxustérvektorok az

$$\bar{u}_S = u_\alpha + \mathrm{j}u_\beta = \frac{2}{3}\left(u_a + u_b \mathrm{e}^{\mathrm{j}120°} + u_c \mathrm{e}^{\mathrm{j}240°}\right), \tag{1.8}$$

$$\bar{i}_S = i_\alpha + \mathrm{j}i_\beta = \frac{2}{3}\left(i_a + i_b \mathrm{e}^{\mathrm{j}120°} + i_c \mathrm{e}^{\mathrm{j}240°}\right), \quad \text{és} \tag{1.9}$$

$$\overline{\Psi}_S = \Psi_\alpha + \mathrm{j}\Psi_\beta = \frac{2}{3}\left(\Psi_a + \Psi_b \mathrm{e}^{\mathrm{j}120°} + \Psi_c \mathrm{e}^{\mathrm{j}240°}\right) \tag{1.10}$$

alakokban írhatók fel. Az S alsó index jelentése „stator”, azaz állórész, mivel az *abc* és az $\alpha-\beta$ koordináta-rendszer is az állórészhez rögzített viszonyítási rendszerhez tartozik.

A térvektorokkal felírva az állórész tekercselés feszültségegyenlete az

$$\bar{u}_S = R\bar{\imath}_S + \frac{\mathrm{d}\overline{\Psi}_S}{\mathrm{d}t} \tag{1.11}$$

alakot veszi fel. A térvektorok valós (α-irányú) és képzetes (β-irányú) részeit egy képzeletbeli kétfázisú gép fázismennyiségeiként értelmezhetjük, ami a valódi háromfázisú géppel egyenértékű [38, 72, 73].

1.1.2. Áttérés a forgó vonatkoztatási rendszerbe

Az állandó mágneses szinkrongép működése közben a feszültségegyenletben szereplő térvektorok többé-kevésbé együtt forognak a forgórésszel. Áttérve egy olyan vonatkoztatási rendszerbe, amely ugyancsak együtt forog a forgórésszel vagy valamelyik térvektorral, a térvektorok vetületei szinuszosan változó helyett időben közel állandó mennyiségek lesznek. Az állandó mágneses szinkrongépek vizsgálata általában forgórészükhöz kötött, azzal együtt forgó vonatkoztatási rendszerben és a hozzá tartozó d—q koordináta-rendszerben történik [72].

A d—q koordináta-rendszert úgy célszerű tájolni, hogy a forgórész mágneses tengelye essen egybe a valós d tengellyel, míg erre merőlegesen a forgórész mágnesesen semleges tengelye a koordináta-rendszer képzetes q tengelyén helyezkedjen el. Az állórészhez kötött koordináta-rendszerből a forgórészhez kötött koordináta-rendszerbe egy forgatás segítségével alakíthatók át a gép térvektorai. Az oszlopvektorok $\alpha\beta\gamma$ és a $dq0$ közötti átalakítása az

$$\underline{\underline{R}}(-\vartheta) = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.12}$$

fordított forgatási mátrix alkalmazásával történik. A fordított forgatás komplex szám alakban $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta}$-val történő szorzással végezhető el.

Az abc-ből $\alpha\beta\gamma$-ba alakíró Clarke-átalakítás és a forgatás összevonható. A szakirodalomban ezt Park-, Park–Gorev-, vagy $dq0$-átalakításnak nevezik. A hozzá tartozó $\underline{\underline{T}}$ Park-transzformációs mátrix a forgatási mátrix és a Clarke-transzformációs mátrix szorzata, azaz

$$\underline{\underline{T}}(\vartheta) = \underline{\underline{R}}(-\vartheta)\,\underline{\underline{C}} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & \cos(\vartheta-120°) & \cos(\vartheta-240°) \\ -\sin(\vartheta) & -\sin(\vartheta-120°) & -\sin(\vartheta-240°) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \tag{1.13}$$

Az átalakításokhoz tartozó mátrixok invertálhatók, és a fordított irányú átalakításokat az inverzeikkel balról történő szorzással lehet elvégezni.

A feszültségegyenlet a forgórészhez kötött vonatkoztatási rendszerben

A $dq0$ feszültségegyenletet (1.4) Park-átalakításával írjuk fel. Balról szorozva $\underline{\underline{T}}$-vel a

$$\underbrace{\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{u}_{abc}}_{\underline{u}_{dq0}} = R\,\underbrace{\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{i}_{abc}}_{\underline{i}_{dq0}} + \underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{abc}}{\mathrm{d}t} \tag{1.14}$$

egyenlethez jutunk, ahol a tekercsfluxus-térvektor deriváltjának átalakítása a mátrix és vektor szorzatára vonatkozó deriválási szabály szerint a

$$\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{abc}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{\Psi}_{abc}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\underline{\underline{T}}(\vartheta)}{\mathrm{d}t}\,\underline{\Psi}_{abc} = \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{dq0}}{\mathrm{d}t} + \omega\,\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{J}}_3}\,\underline{\Psi}_{dq0} \tag{1.15}$$

módon végezhető el. A második tagban megjelenik a d–q síkon 90°-os $\underline{\underline{J}}_3$ forgatási mátrix. Visszahelyettesítés után megkapjuk a $dq0$ feszültségegyenletet az

$$\underline{u}_{dq0} = R\underline{i}_{dq0} + \frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{dq0}}{\mathrm{d}t} + \omega\underline{\underline{J}}_3\underline{\Psi}_{dq0} \tag{1.16}$$

alakban. Mivel most nem csak koordináta-rendszert, hanem vonatkoztatási rendszert is váltottunk, megjelent a feszültségegyenlet jobb oldalán egy új tag, a forgási feszültség. A benne szereplő mátrix a forgatási mátrix deriváltja a $\vartheta = 0$ helyen.

A feszültségegyenlet komplex szám alakban

Ha a zérusrendű összetevők mindegyikének 0 az értéke, a térvektorok fenti átalakítása elvégezhető komplex szám alakban is, ahol az α–β és d–q közötti forgatást az $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta}$-val történő szorzás helyettesíti. A feszültség- és az áram-térvektor d–q-beli alakja

$$\bar{u} = \bar{u}_S\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta} \quad \text{és} \quad \bar{\imath} = \bar{\imath}_S\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta}. \tag{1.17}$$

A vonatkoztatási rendszer változását itt az S alsó index elhagyásával jeleztem.

A feszültségegyenlet $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta}$-val történő szorzása a feszültség- és az áram-térvektor esetén egyértelmű, azonban a tekercsfluxus-térvektor deriváltjánál a vektor alakhoz hasonlóan egy szorzatokra vonatkozó deriválási szabály alkalmazása szükséges.

$$\frac{\mathrm{d}\overline{\Psi}_S}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta} = \frac{\mathrm{d}\overline{\Psi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta} = \frac{\mathrm{d}\overline{\Psi}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta} + \frac{\mathrm{d}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vartheta}\overline{\Psi} = \frac{\mathrm{d}\overline{\Psi}}{\mathrm{d}t} + \mathrm{j}\omega\overline{\Psi} \tag{1.18}$$

Behelyettesítés után a feszültségegyenlet a d–q rendszerben a

$$\bar{u} = R\bar{\imath} + \frac{\mathrm{d}\overline{\Psi}}{\mathrm{d}t} + j\omega\overline{\Psi} \tag{1.19}$$

komplex szám alakot veszi fel. A vektor alakhoz hasonlóan itt is megjelenik a forgási feszültség az egyenlet jobboldalán.

Az egyenletet d- és q-irányú (valós és képzetes) részekre bontva kapjuk a

$$u_d = Ri_d + \frac{\mathrm{d}\Psi_d}{\mathrm{d}t} - \omega\Psi_q, \quad \text{és} \tag{1.20}$$

$$u_q = Ri_q + \frac{\mathrm{d}\Psi_q}{\mathrm{d}t} + \omega\Psi_d \tag{1.21}$$

feszültségegyenleteket, amiket Park-egyenleteknek is neveznek [72].

A $\underline{\Psi}_{dq0}$ tekercsfluxus kapcsán fontos kiemelni, hogy az abc-beli tekercsfluxussal ellentétben ez a hagyományos modellben független a forgórész szöghelyzetétől, azaz

$$\underline{\Psi}_{dq0}\left(\underline{i}_{dq0}\right) = \underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc}, \vartheta) \tag{1.22}$$

A $\underline{\Psi}_{dq0}$ tekercsfluxus szöghelyzet-függetlennek tekintése a térbeli harmonikus tartalom egy részének elhanyagolását jelenti, aminek az elfogadhatóságával az 1.6. A térbeli harmonikus tartalom rögzítése szakaszban foglalkozok.

1.2. A géptani modell

Az állandó mágneses szinkrongép géptani modellje a forgórész forgómozgását írja le, és a nyomatékegyenlet köré épül, amit általános esetben

$$J\,\frac{\mathrm{d}\omega_M}{\mathrm{d}t} = \Sigma M = M_E - M_S - M_T \tag{1.23}$$

alakban lehet felírni, ahol J a forgórész tehetetlenségi nyomatéka, ω_M a mechanikai szögsebesség, ΣM a forgórészre ható eredő forgatónyomaték, M_E az elektromágneses forgatónyomaték, M_S a súrlódási nyomaték, és M_T a terhelőnyomaték. Fontos szem előtt tartani, hogy a terhelés bármilyen lehet, és így tartalmazhat újabb tehetetlenségi nyomatékot és súrlódást, rugót, valamint nemlineáris összetevőket is. Ha a terhelés felépítése egy adott hajtásban ismert, akkor a nyomatékegyenlet ez alapján kibővíthető.

Az ÁMSZG villamos és mechanikai szöghelyzetét és szögsebességét z_P, a póluspárok száma kapcsolja össze a

$$z_P = \frac{\vartheta}{\vartheta_M} = \frac{\omega}{\omega_M} \tag{1.24}$$

összefüggések szerint.

1.2.1. Az elektromágneses forgatónyomaték

Az M_E elektromágneses forgatónyomaték a W'_{mag} mágneses koenergia mechanikai szöghelyzet szerinti parciális deriváltjával egyenlő, de kifejezhető a póluspárok számának felhasználásával a villamos szöghelyzet szerinti deriválttal is.

$$M_E = \frac{\partial W'_{\mathrm{mag}}}{\partial \vartheta_M} = z_P\,\frac{\partial W'_{\mathrm{mag}}}{\partial \vartheta} \tag{1.25}$$

A W'_{mag} mágneses koenergia az abc rendszerben a tekercsfluxus vektor áramvektor szerinti, a nullvektortól a pillanatnyi áramvektorig tartó vonalintegráljaként számítható.

A mágneses koenergia értéke csak a kezdő- és végponttól függ, az őket összekötő áramvektor-térgörbétől nem.

$$W'_{\mathrm{mag}}(\vartheta) = \int\limits_{\underline{0}\mathrm{A}}^{\underline{i}_{abc}} \underline{\Psi}_{abc}\big(\underline{i}_{abc},\vartheta\big) \cdot \mathrm{d}\underline{i}_{abc} \tag{1.26}$$

A $dq0$ koordináta-rendszer mennyiségeiből is számítható a mágneses koenergia az inverz Park-transzformációs mátrix felhasználásával, de ahhoz, hogy a forgatónyomaték (1.25) szerint számítható legyen, körültekintően kell elvégezni az átalakítást. Figyelembe véve, hogy az integrál felső határában $\underline{i}_{abc}$ a ϑ villamos szöghelyzettől független állandó, de a neki megfelelő $\underline{i}_{dq0}$ viszont nem állandó, a mágneses koenergia helyes alakja

$$W'_{\mathrm{mag}}(\vartheta) = \int\limits_{\underline{0}\mathrm{A}}^{\underline{\underline{T}}(\vartheta)\underline{i}_{abc}} \underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\Psi}_{dq0}\Big(\underline{i}_{dq0}\Big) \cdot \Big(\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\mathrm{d}\underline{i}_{dq0}\Big)\,. \tag{1.27}$$

Az elektromágneses forgatónyomaték számításához (1.27) behelyettesítendő az (1.25) egyenletbe. A behelyettesítés mellett az integrált is átrendeztem, a második transzformációs mátrixot a skalárszorzat baloldalára helyeztem át az

$$\underline{\underline{A}}\,\underline{u} \cdot \underline{\underline{B}}\,\underline{v} = \underline{\underline{B}}^{T}\underline{\underline{A}}\,\underline{u} \cdot \underline{v}, \tag{1.28}$$

azonosságot alkalmazva. (1.29) láthatóvá teszi az integrál felső határának jelentőségét, az ugyanis tartalmazza a ϑ villamos szöghelyzetet, amely szerint deriválnunk kell az integrált. Ebben az alakban a mátrix-szorzásokat a skalárszorzat előtt kell elvégezni.

$$M_E = z_P \frac{\partial}{\partial\vartheta} \int\limits_{\underline{0}\mathrm{A}}^{\underline{\underline{T}}(\vartheta)\underline{i}_{abc}} \underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\Psi}_{dq0} \cdot \mathrm{d}\underline{i}_{dq0}. \tag{1.29}$$

(1.29) az elektromágneses forgatónyomatékot egy integrál deriváltjaként határozza meg. Az ilyen alakú kifejezések kiértékelésére szolgál a Leibniz-féle integrálási szabály, amelynek a vonatkozó alakja szerint

$$\frac{\partial}{\partial\vartheta} \int\limits_{\underline{a}(\vartheta)}^{\underline{b}(\vartheta)} \underline{f}(\underline{x},\vartheta) \cdot \mathrm{d}\underline{x} = \int\limits_{\underline{a}(\vartheta)}^{\underline{b}(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial\vartheta}\underline{f}(\underline{x},\vartheta) \cdot \mathrm{d}\underline{x} + \underline{f}(\underline{b}(\vartheta),\vartheta) \cdot \frac{\partial\underline{b}}{\partial\vartheta} - \underline{f}(\underline{a}(\vartheta),\vartheta) \cdot \frac{\partial\underline{a}}{\partial\vartheta}\,. \tag{1.30}$$

Az integrálási szabály jobb oldalán az első és a harmadik tag értéke 0, előbbi a $\underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\Psi}_{dq0}$ kifejezés állandósága, utóbbi az alsó határ miatt. A megmaradó második tag szerint az elektromágneses forgatónyomaték

$$M_E = z_P\underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\Psi}_{dq0} \cdot \frac{\partial\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{i}_{abc}}{\partial\vartheta}\,. \tag{1.31}$$

Mivel $\underline{i}_{abc}$ állandó, kiemelhető a deriváltból, és helyettesíthető $\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{i}_{dq0}$-val. Ezután ismételten alkalmazható az (1.28) azonosság a transzformációs mátrixok egy helyre rendezéséhez.

$$M_E = z_P \left(\frac{\partial \underline{\underline{T}}}{\partial \vartheta} \underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) \right)^T \underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)\, \underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\, \underline{\Psi}_{dq0} \cdot \underline{i}_{dq0} \tag{1.32}$$

A transzformációs mátrixok külön-külön a villamos szöghelyzet függvényei, a négy mátrix együttes értéke a fenti kifejezésben viszont állandó, a $\underline{\underline{J}}_3$ másfélszerese, amelynek a behelyettesítésével megkapjuk az ÁMSZG elektromágneses forgatónyomatékát

$$M_E = \frac{3}{2} z_P \underline{\underline{J}}_3 \underline{\Psi}_{dq0} \cdot \underline{i}_{dq0} = \frac{3}{2} z_P \left(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d \right) \tag{1.33}$$

alakban. Az összefüggés érvényes, ha a $\underline{\Psi}_{dq0}$ tekercsfluxus független a forgórész szöghelyzetétől.

1.3. A kibővített fluxusmodell

Az állandó mágneses szinkrongépek feszültségegyenletei az alkalmazott vonatkoztatási, illetve koordináta-rendszertől függetlenül olyan differenciálegyenlet-rendszerek, amelyekben a fázisáramok és a tekercsfluxusok is ismeretlenek. Ez azt jelenti, hogy mindegyik felírási mód esetén kétszer annyi ismeretlen függvény van mint egyenlet. A megoldhatósághoz szükséges további egyenleteket a fluxusmodell szolgáltatja, amely összekapcsolja a fázisok tekercsfluxusait, a fázisáramokat és a forgórész szöghelyzetét. A szöghelyzet érintettsége miatt az érzékelő nélküli módszerek szempontjából a fluxusmodell az ÁMSZG modell legfontosabb része.

Általános esetben nemlineáris és hiszterézises kapcsolat áll fenn a tekercsfluxusok, a fázisáramok és a forgórész szöghelyzete között. Annak érdekében, hogy a $\underline{\Psi}_{abc}$ tekercsfluxus vektort a fázisáramok és a forgórész szöghelyzetének függvényeként határozhassam meg, a hiszterézis hatását elhanyagoltam.

A tekercsfluxus-áram függvényeket a

$$\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc},\vartheta) : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \tag{1.34}$$

$$\underline{\Psi}_{\alpha\beta\gamma}\left(\underline{i}_{\alpha\beta\gamma},\vartheta\right) : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad \text{és} \tag{1.35}$$

$$\underline{\Psi}_{dq0}\left(\underline{i}_{dq0}\right) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \tag{1.36}$$

többváltozós vektor értékű alakokban kerestem.

A nemlineáris tekercsfluxus-áram függvények közelítésére a Taylor-sorba fejtésüket, és a sorfejtett polinom alakok együtthatóinak paraméter identifikációs módszerrel történő meghatározását választottam. A kidolgozott fluxusmodell létjogosultságának, újszerűségének és előnyös tulajdonságainak érzékeltetése érdekében az első alszakaszban bemutatom a hagyományos, linearizált fluxusmodellt, és ismertetem a hiányosságait.

1.3.1. A hagyományos linearizált fluxusmodell

Bár a $\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc},\vartheta)$ függvény nemlineáris tulajdonságokat mutat, a hagyományos megközelítés a linearizálás, és a gépmodellek csak a Taylor-sor állandó és lineáris tagjait tartalmazzák, a magasabb rendű tagokat elhanyagolják. A tekercsfluxus függvény Taylor-sorfejtésének sajátossága, hogy csak a $\underline{i}_{abc}$ fázisáram-vektor szerint kell elvégezni. A sorfejtéshez választani kell egy pontot a függvény értelmezési tartományában, ami az ÁMSZG esetén egy munkapontot jelent. Amennyiben szimmetrikus betáplálásra számítunk, a sorfejtés helye az $(\underline{i}_{abc}=\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)$ pont kell legyen, ami azt jelenti, hogy nincsenek fázisáramok, és a forgórész villamos szöghelyzete ϑ. A sorfejtés eredménye a

$$\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc},\vartheta)=\underline{\Psi}_{abc}(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)+\underline{\underline{J}}^{\Psi_{abc}}_{(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)}\underline{i}_{abc}+\ldots \tag{1.37}$$

polinomiális közelítő alak, amelyben az együtthatók a forgórész szöghelyzetének függvényei.

Az állandó együtthatóvektor megegyezik az állandó mágnesek által keltett $\underline{\Psi}^{PM}_{abc}$ tekercsfluxus-vektorral. Fontos megjegyezni, hogy bár a fázisáramok szempontjából állandó, értéke a forgórész szöghelyzetének függvényében változik.

$$\underline{\Psi}_{abc}(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)=\underline{\Psi}^{PM}_{abc}(\vartheta) \tag{1.38}$$

A sor lineáris tagjának együtthatómátrixa a $\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc},\vartheta)$ függvény áramvektor szerinti Jacobi-mátrixa, amely fizikai jelentését tekintve az $\underline{\underline{L}}_{abc}$ differenciális induktivitásmátrix.

$$\underline{\underline{J}}^{\Psi_{abc}}_{(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)}=\left.\frac{\partial\underline{\Psi}_{abc}}{\partial\underline{i}_{abc}}\right|_{(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)}=\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta) \tag{1.39}$$

A tekercsfluxus függvény hagyományos linearizált alakja csak az állandó és a lineáris tagot, azaz az állandó mágnesek tekercsfluxusát, valamint az induktivitásmátrix és az áram vektor szorzatát tartalmazza.

$$\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc},\vartheta)=\underline{\Psi}^{PM}_{abc}(\vartheta)+\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\,\underline{i}_{abc} \tag{1.40}$$

A $\underline{\Psi}^{PM}_{abc}$ állandó mágneses tekercsfluxus-vektor elemeinek villamos szögben a térbeli alapharmonikusa a meghatározó. Középértékeik és magasabb térbeli harmonikusaik elhanyagolhatók. Az állandó mágneses szinkrongépekben az állandó mágnesek fluxusa általában sokkal nagyobb, mint az áramok által keltett fluxusok. A gép mágnesköreiben lévő vasrészek nyugalmi mágnesezettségi állapotát emiatt a forgórész szöghelyzete határozza meg, és az áramok által keltett fluxusok ebből a nyugalmi állapotból térítik ki a gépet. Állóhelyzetben a mágnesezettségi állapot és a mágnesezési görbe az 1.2. ábrán látható módon függ a forgórész szöghelyzetétől.

A $\Psi_a(i_a)$ mágnesezési görbe különböző függőleges metszéspontokkal, meredekségekkel és görbületekkel rendelkezik a különböző forgórész szöghelyzetekben. A mágnesezési görbe függőleges metszéspontja felel meg az állandó mágnesek által az a fázisban keltett tekercsfluxusnak. A mágnesezési görbe meredeksége az a fázis L_{aa} öninduktivitásával azonos. Az öninduktivitás mindig pozitív, és egy villamos fordulat során a $+d$ irányban (az északi pólusnál) minimumhelye van, a $+q$ irányban maximumhelye van, a $-d$ irányban (a déli pólusnál) ismét minimumhelye van, és végül a $-q$ irányban ismét maximumhelye van, ahogy azt a 1.2–1.4 ábrák szemléltetik. Az L_{aa} öninduktivitás, és hozzá hasonlóan a többi ön- és kölcsönös induktivitás nem nulla középértékkel és villamos szögben meghatározó második térbeli harmonikussal rendelkezik, de közöttük térbeli fáziseltolódás figyelhető meg.

1.3.2. A linearizált fluxusmodell hiányosságai

Az (1.4) feszültségegyenletben a tekercsfluxus időbeli teljes deriváltját láthatjuk. Ez azt jelenti, hogy a tekercsfluxusok csak akkor hatnak a fázisáramokra, amikor az értékük változik. Állóhelyzetben a forgórész szöghelyzete és emiatt az állandó mágnesek tekercsfluxusai állandók, így nincs hatásuk a fázisáramokra. A linearizált modell alapján tehát állóhelyzetben csak az induktivitásoknak van a fázisáramokon keresztül mérhető szöghelyzetfüggő hatása, amit pedig a második térbeli harmonikusaik határoznak meg (lásd L_{aa}-t az 1.4. ábrán). A második térbeli harmonikusok egy villamos fordulat alatt két periódusból állnak, ezért

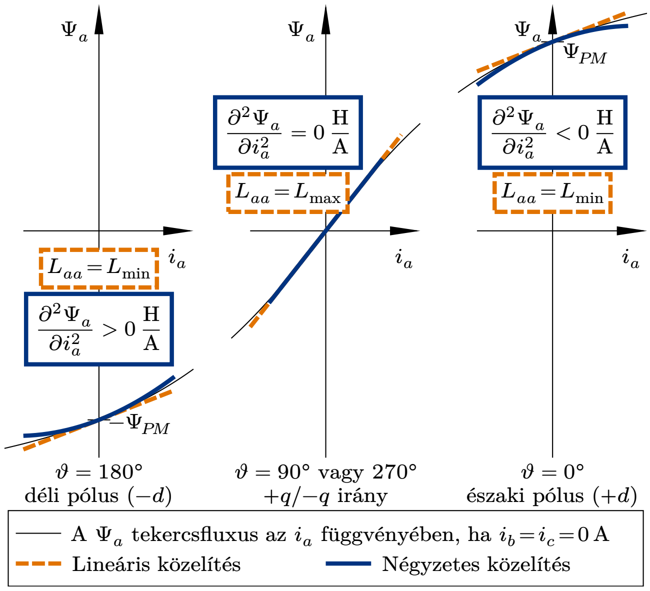
$$\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta) = \underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta + 180°)\,. \tag{1.41}$$

Emiatt az induktivitás-alapú forgórész követő módszerek által becsült forgórész szöghelyzetet villamos szögben mindig 180°-os kétértelműség terheli [51, 74, 75]. A fentiek fényében az (1.40) alakban felírt linearizált fluxusmodell alkalmatlan a polaritásfelismerésben történő felhasználásra.

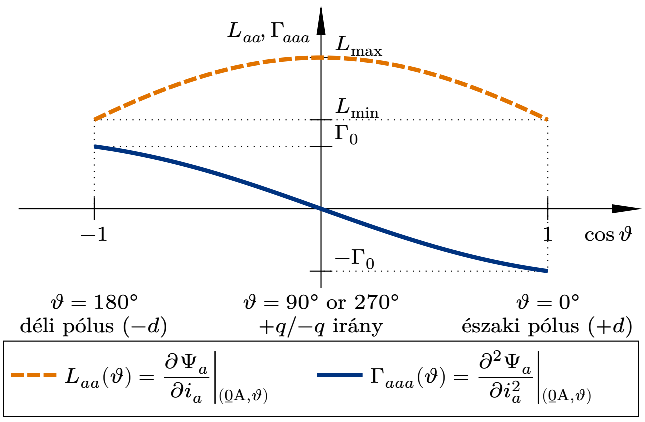
1.3.3. A másodfokú fluxusmodell kiterjesztés fizikai alapja

A linearizált fluxusmodell korlátainak leküzdése, és egy a polaritásfelismerésében alkalmazható ÁMSZG modell létrehozása érdekében a szakirodalomban fellelhető nemlineáris modellezési megközelítéseket általánosítottam [11, 57, 66], és a tekercsfluxus-áram függvény sorfejtett alakját kibővítettem a Taylor-sor négyzetes tagjával. A négyzetes tag együtthatói a tekercsfluxusok fázisáramok szerinti második deriváltjait tartalmazzák. A második deriváltak megfelelnek a mágnesezési görbe görbületének.

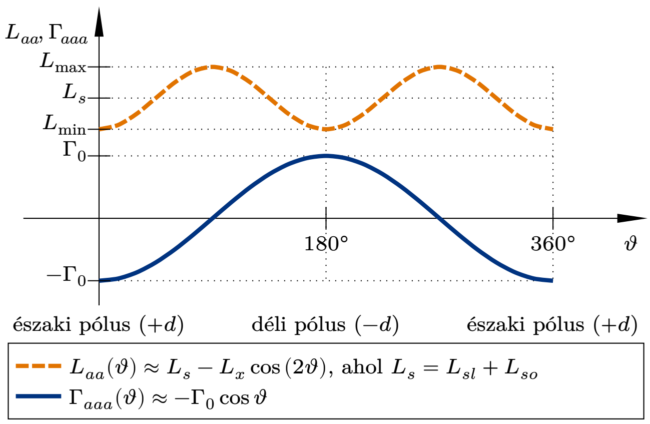
A vasfélék mágnesezési görbéből, valamint abból a tényből kiindulva, hogy a fázistekercsek öninduktivitása a pólusoknál kisebb, ahol az állandó mágnesek tekercsfluxusainak abszolút értéke nagyobb, feltételeztem, hogy a mágnesezési görbék szigmoid (S-alakú) függvények. Az a fázis esetében, amint az az 1.2. ábrán látható, a $\Psi_a(i_a)$ görbülete negatív, ha a fázis tekercselése közelebb van az északi pólushoz, és pozitív, ha közelebb van a déli pólushoz. Ez egy nulla középértékű és villamos szögben meghatározó térbeli alapharmonikushoz vezet a Γ_{aaa} második derivált esetén, ahogy az az 1.3. és 1.4. ábrákon látható.



1.2. ábra. A Ψ_a tekercsfluxus, a lineáris, és a négyzetes közelítése a legfontosabb szöghelyzetekben. A négyzetes közelítés hordoz polaritás információt, a lineáris nem.



1.3. ábra. Az $L_{aa}(\vartheta)$ és a $\Gamma_{aaa}(\vartheta)$ függvényeket a Ψ_a tekercsfluxus i_a fázisáram szerinti első és második deriváltjai által a $(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)$ pontokban felvett értékek határozzák meg.



1.4. ábra. A Ψ_a tekercsfluxus i_a fázisáram szerinti első és második deriváltjai által a $(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)$ pontokban felvett értékek a villamos szöghelyzet függvényében ábrázolva.

1.3.4. A többváltozós vektor értékű függvények Taylor-sorfejtése

A tekercsfluxus függvények többváltozós és vektor változós, illetve vektor értékű függvények, ezért sorfejtésükhöz az egyváltozós, skalárértékű függvények Taylor-sorba fejtését általánosítani kell. Az általánosítás során a vektorértékű függvényt szétbontom koordinátánként önálló többváltozós, de skalárértékű függvényekre, majd ezeket külön fejtem sorba a változóik szerint. Végül a vektorértékű eredeti függvény sorba fejtett alakját az összetevő függvényeinek sorba fejtett alakjaiból építem fel.

A függvények hatványsorba fejtése az értelmezési tartományuk egy pontja körül történik. Az egyváltozós függvényeknél ez egy szám, a többváltozósaknál viszont egy vektor. Legyen f egy d változós függvény az

$$f(\underline{x}) : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R} \tag{1.42}$$

alakban. Ekkor $\underline{x} \in \mathbb{R}^d$. Az $\underline{x}$ vektor i-edik eleme x_i. Történjen f Taylor-sorfejtése az $\underline{a} \in \mathbb{R}^d$ pont körül. Ebben az esetben az f függvényt tökéletesen előállítja az

$$f(\underline{x}) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \cdots \sum_{i_d=0}^{\infty} \left. \frac{\partial^{i_1+\cdots+i_d} f}{\partial x_1^{i_1} \cdots \partial x_d^{i_d}} \right|_{\underline{x}=\underline{a}} \frac{\left(x_1 - a_1\right)^{i_1} \cdots \left(x_d - a_d\right)^{i_d}}{i_1! i_2! \cdots i_d!} \tag{1.43}$$

végtelen sor. A végtelen sor az $\underline{x}$ vektor elemeinek polinomja. A polinom együtthatói az f függvény parciális deriváltjai által az $\underline{a}$ helyen felvett értékektől és a parciális deriváltak fokszámaitól függenek.

A végtelen sor alak felbontható és a parciális deriváltak fokszáma szerint rendezhető polinom alakra. Az így előállított alak a függvény Taylor-polinomja. Az átrendezés után megjelenik az állandó tag, azaz a sorba fejtés helyén felvett függvényérték, a lineáris tag, azaz az első deriváltak és a sorba fejtés helyétől mért távolság szorzata, stb. Az f függvény másodfokú Taylor-polinomja az

$$f(\underline{x}) \approx f(\underline{a}) + \sum_{i=1}^{d} \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\underline{a}} (x_i - a_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} (x_i - a_i) \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{\underline{a}} \left(x_j - a_j\right) \tag{1.44}$$

alakot veszi fel. A lineáris és a négyzetes tag összeg alakról átalakítható vektor-mátrix szorzat alakra, amire később a Clarke- és Park-átalakítások miatt szükség lesz.

A lineáris tag az f függvény gradiense által az $\underline{a}$ helyen felvett érték és az $\underline{x} - \underline{a}$ vektor skalárszorzataként, vagy a gradiens vektor transzponáltjának és $\underline{x} - \underline{a}$-nak a mátrix-szorzataként írható fel a

$$\sum_{i=1}^{d} \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\underline{a}} (x_i - a_i) = \underbrace{\begin{bmatrix} \left. \dfrac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{\underline{a}} & \cdots & \left. \dfrac{\partial f}{\partial x_d} \right|_{\underline{a}} \end{bmatrix}}_{(\operatorname{grad} f(\underline{a}))^T} \cdot (\underline{x} - \underline{a}) = \mathrm{D}f(\underline{a})\,(\underline{x} - \underline{a}) \tag{1.45}$$

alakokban, ahol

$$\mathrm{D}f(\underline{a}) = (\operatorname{grad} f\,(\underline{a}))^T \in \mathbb{R}^{1\times d} \quad \text{és} \quad \underline{x} - \underline{a} \in \mathbb{R}^{d\times 1}. \tag{1.46}$$

A négyzetes tagnál a kettős szummázás két mátrix-szorzással helyettesíthető.

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{d}\left(x_i - a_i\right)\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right|_{\underline{a}}\left(x_j - a_j\right) = \frac{1}{2}\left(\underline{x} - \underline{a}\right)^T \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f}\left(\underline{x} - \underline{a}\right) \tag{1.47}$$

A második deriváltak által az $\underline{a}$ helyen felvett értékekből kialakuló $\underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f} \in \mathbb{R}^{d\times d}$ mátrix az f skaláris függvény Hesse-mátrixa.

Az eddigieket összegezve, a d változós skalárértékű f függvény $\underline{a}$ körüli másodfokú Taylor-polinomja

$$f(\underline{x}) \approx f(\underline{a}) + \mathrm{D}f(\underline{a})\left(\underline{x} - \underline{a}\right) + \frac{1}{2}\left(\underline{x} - \underline{a}\right)^T \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f}\left(\underline{x} - \underline{a}\right). \tag{1.48}$$

A vektor értékű többváltozós függvényekre összetevőnként kell alkalmazni az előbbiekben ismertetett Taylor-sorfejtést. Legyen $\underline{f} : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^n$, ekkor a négyzetes tagig végzett sorfejtés eredménye az

$$\underline{f}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\underline{x}) \\ \vdots \\ f_n(\underline{x}) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} f_1(\underline{a}) + \mathrm{D}f_1(\underline{a})\left(\underline{x} - \underline{a}\right) + \frac{1}{2}\left(\underline{x} - \underline{a}\right)^T \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f_1}\left(\underline{x} - \underline{a}\right) \\ \vdots \\ f_n(\underline{a}) + \mathrm{D}f_n(\underline{a})\left(\underline{x} - \underline{a}\right) + \frac{1}{2}\left(\underline{x} - \underline{a}\right)^T \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f_n}\left(\underline{x} - \underline{a}\right) \end{bmatrix} \tag{1.49}$$

közelítő alak.

Az (1.49) jobboldalán szereplő vektorértékű kifejezés felbontható egy állandó vektorra, ami az $\underline{f}$ által az $\underline{a}$ helyen felvett függvényérték, egy lineáris tagra, amiben az összetevők gradienseiből összeáll a $\underline{\underline{J}}_{\underline{a}}^{f} \in \mathbb{R}^{n\times d}$ mátrix, ami az $\underline{f}$ függvény Jacobi-mátrixa, valamint a négyzetes tagra, amit az elemi mátrix szorzással nem lehet felírni.

A négyzetes tag átírásának nehézsége abból adódik, hogy n darab $d\times d$ méretű mátrixot kell összevonni, azaz egyik méret sem 1. Az egyik lehetőségünk a háromméretű mátrix műveletek alkalmazása, és az $\underline{f}$ Hesse-mátrixának $n\times d\times d$ méretben történő kezelése. A második lehetőség az áttérés a tenzoros írásmódra. A harmadik lehetőség az összetevőfüggvények Hesse-mátrixainak kétméretű mátrixba történő összevonása.

A háromméretű mátrixok és a tenzor formalizmus alkalmazása nem megszokott a villamos gépek modellezésében, ráadásul a tenzor alak esetében nem csak ezen az egy helyen kell alkalmazni, hanem az egész modellt át kell alakítani. Emiatt a harmadik lehetőség mellett döntöttem, és kidolgoztam egy módszert a Hesse-mátrixok $nd\times d$ méretbe történő összevonására. Ebben csak egy ritkábban használt mátrix művelet, a Kronecker-szorzat ($\otimes$) alkalmazására van szükség. Két mátrix Kronecker-szorzata az

$$\underline{\underline{A}} \otimes \underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} a_{11}\underline{\underline{B}} & \cdots & a_{1n}\underline{\underline{B}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\underline{\underline{B}} & \cdots & a_{mn}\underline{\underline{B}} \end{bmatrix}, \tag{1.50}$$

mennyiség, ahol $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ és $\underline{\underline{B}} \in \mathbb{R}^{p\times q}$ a két mátrix, és az $\underline{\underline{A}} \otimes \underline{\underline{B}} \in \mathbb{R}^{pm\times qn}$ blokk mátrix a Kronecker-szorzatuk.

A Kronecker-szorzat alkalmazásával a négyzetes tagokat úgy rendeztem át, hogy az $f_1 \cdots f_n$ összetevő függvények Hesse-mátrixai egy oszlopba kerüljenek. A kidolgozott átalakítás szerint

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(\underline{x}-\underline{a}\right)^T \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f_1}\left(\underline{x}-\underline{a}\right) \\ \vdots \\ \frac{1}{2}\left(\underline{x}-\underline{a}\right)^T \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f_n}\left(\underline{x}-\underline{a}\right) \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_n \otimes \left(\underline{x}-\underline{a}\right)^T\right) \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f_1} \\ \vdots \\ \underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{f_n} \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{\underline{f}}} \left(\underline{x}-\underline{a}\right), \tag{1.51}$$

ahol a $\underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{\underline{f}} \in \mathbb{R}^{nd \times d}$ kétméretű mátrix a $\underline{f}$ vektorértékű függvény összevont Hesse-mátrixa.

A fenti lépéseket összegezve a d változós n-elemű vektorértékű $\underline{f}$ függvény $\underline{a}$ pont körüli másodfokú Taylor-polinomja

$$\underline{f}(\underline{x}) \approx \underline{f}(\underline{a}) + \underline{\underline{J}}_{\underline{a}}^{\underline{f}}\left(\underline{x}-\underline{a}\right) + \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_n \otimes \left(\underline{x}-\underline{a}\right)^T\right)\underline{\underline{H}}_{\underline{a}}^{\underline{f}}\left(\underline{x}-\underline{a}\right). \tag{1.52}$$

Az összevont Hesse-mátrix és a Kronecker-szorzat alkalmazásával a vektorértékű függvény Taylor-polinomja a skalárértékűvel majdnem megegyező felépítésű.

1.3.5. A másodfokú fluxusmodell

A többváltozós vektorértékű függvények másodfokú Taylor-polinomjának (1.52) szerinti mátrix alakban történő kidolgozásával elhárítottam a tekercsfluxus függvények sorfejtése előtti matematikai akadályt. Az összefüggés alkalmazása során figyelembe kell venni, hogy a tekercsfluxus függvényeket csak az áramvektor szerint kell sorba fejteni. A forgórész szöghelyzete a sorfejtés során állandó paraméterként kezelendő, és emiatt a sorfejtéssel kapott polinom együtthatói a forgórész szöghelyzetétől függő mennyiségek lesznek. A sorfejtés helye linearizált modellhez hasonlóan az $(\underline{i}_{abc}\!=\!\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)$ pont.

A tekercsfluxus függvények esetén a függő vektorváltozó mérete $n = 3$, a sorfejtésben érintett független változók, azaz a fázisáramok száma pedig $d = 3$. Így a Taylor-polinom állandó tagja az állandó mágnesek által keltett $n = 3$ elemű tekercsfluxus vektor és a lineáris tag együttható mátrixának mérete $n{\times}d = 3{\times}3$. A négyzetes tag együttható mátrixa az összevont Hesse-mátrix, amely magába foglalja a fázis-tekercsfluxusok $d{\times}d = 3{\times}3$-as Hesse-mátrixait, és így $nd{\times}d = 9{\times}3$-as méretű.

A $k \in \{a,b,c\}$ fázis Ψ_k tekercsfluxusának Hesse-mátrixa a

$$\underline{\underline{\Gamma}}_k(\vartheta) = \underline{\underline{H}}_{(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)}^{\Psi_k} = \left.\frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial \underline{i}_{abc}^2}\right|_{(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)} \in \mathbb{R}^{3\times 3} \tag{1.53}$$

szimmetrikus mátrix.

A tekercsfluxusok Hesse-mátrixainak és elemeiknek egyszerűsített jelölésére a Γ betűt használtam, kiegészítve a megfelelő indexeléssel. A szakirodalomban a tekercsfluxus áram szerinti második deriváltjára nem találtam elnevezést, ezért a fizikai jelentésük alapján telítődési együtthatóknak neveztem el őket.

A telítődési együtthatók mértékegysége

$$[\Gamma] = \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial i^2}\right] = \frac{[\Psi]}{[i^2]} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}^2} = \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{A}}. \tag{1.54}$$

Az abc tekercsfluxus függvény összevont Hesse-mátrixa

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta) = \underline{\underline{H}}^{\underline{\Psi}_{abc}}_{(\underline{0}\,\mathrm{A},\vartheta)} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Gamma}}_a(\vartheta) \\ \underline{\underline{\Gamma}}_b(\vartheta) \\ \underline{\underline{\Gamma}}_c(\vartheta) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{9\times 3}. \tag{1.55}$$

Az összevont Hesse-mátrix felhasználásával az abc háromfázisos tekercsfluxus függvény közelítésére a

$$\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc}, \vartheta) = \underline{\Psi}^{PM}_{abc}(\vartheta) + \underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\, \underline{i}_{abc} + \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}^T_{abc}\right) \underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\, \underline{i}_{abc} \tag{1.56}$$

másodfokú Taylor-polinom alapú közelítő alakot írtam fel, ahol az állandó tag az állandó mágnesek tekercsfluxusa, a lineáris tag az induktivitásmátrix és az áramvektor szorzata, a négyzetes tag pedig a mágnesezési görbék görbületének hatását veszi figyelembe.

A tekercsfluxus idő szerint teljes deriváltja

A kidolgozott (1.56) tekercsfluxus-áram függvényt beépítettem az (1.4) feszültségegyenletbe, ahol a tekercsfluxus vektor idő szerinti teljes deriváltja szerepel. (1.56) többváltozós összetett függvényt határoz meg, aminek idő szerinti teljes deriváltja a láncszabály szerint

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{abc}(\underline{i}_{abc}, \vartheta)}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial \underline{\Psi}_{abc}}{\partial \underline{i}_{abc}} \frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial \underline{\Psi}_{abc}}{\partial \vartheta} \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t}\,. \tag{1.57}$$

A tekercsfluxust (1.56) szerint egy állandó, egy lineáris és egy négyzetes tag alkotja. Az összegük deriváltja a deriváltjaik összegével egyenlő, ezért tagonként elvégeztem a deriválást, és az eredményeket összeadtam.

Az állandó mágneses tekercsfluxus áramvektor szerinti deriváltja nullmátrix, szöghelyzet szerinti deriváltja pedig a térbeli harmonikus tartalom rögzítése nélkül nem fejthető ki. A ϑ villamos szöghelyzet deriváltja az ω villamos szögsebesség.

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}^{PM}_{abc}}{\mathrm{d}t} = \underbrace{\frac{\partial \underline{\Psi}^{PM}_{abc}}{\partial \underline{i}_{abc}}}_{\underline{\underline{0}}\,\mathrm{H}} \frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial \underline{\Psi}^{PM}_{abc}}{\partial \vartheta}\, \omega \tag{1.58}$$

A lineáris tag az induktivitásmátrix és az áramvektor szorzata. Az induktivitásmátrix összetett függvény jellege itt is ad egy kifejtési lehetőséget. Az ω villamos szögsebesség megfelelő elhelyezésére és a tagok sorrendjére a mátrixszorzások érvényességének megőrzése végett külön oda kell figyelni.

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\, \underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} = \underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\, \frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} + \omega\, \frac{\partial \underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)}{\partial \vartheta}\, \underline{i}_{abc} \tag{1.59}$$

A négyzetes tag három tényező, $\underline{i}_{abc}^{T}$, $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}$ és $\underline{i}_{abc}$ szorzataként kezelhető. A deriválással három tagot kapunk. Az első tagban az összevont Hesse-mátrixot kell deriválni összetett függvényként.

$$\frac{1}{2}\omega\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{abc}^{T}\right)\frac{\partial \underline{\underline{\Gamma}}_{abc}}{\partial \vartheta}\,\underline{i}_{abc} \tag{1.60}$$

A másodikban az áramvektor transzponáltját, a harmadik tagban a négyzetes tag végén található áramvektort kell deriválni.

$$\frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}^{T}}{\mathrm{d}t}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\,\underline{i}_{abc} = \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{abc}^{T}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} \tag{1.61}$$

A második és a harmadik tag a Hesse-mátrix szimmetriájából és a mátrixszorzás azonosságaiból következően egyenlő.

1.4. A másodfokú fluxusmodellel kibővített feszültségegyenlet

A háromfázisú, csillagkapcsolt ÁMSZG kibővített feszültségegyenlete az (1.56) másodfokú tekercsfluxus függvény (1.4) feszültségegyenletbe történő behelyettesítése, és (1.58)–(1.61) alkalmazása után az

$$\begin{aligned}\underline{u}_{abc} = R\underline{i}_{abc} + \underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} + \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{abc}^{T}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} + \\ + \omega\left(\frac{\partial \underline{\Psi}_{abc}^{PM}}{\partial \vartheta} + \frac{\partial \underline{\underline{L}}_{abc}}{\partial \vartheta}\,\underline{i}_{abc} + \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{abc}^{T}\right)\frac{\partial \underline{\underline{\Gamma}}_{abc}}{\partial \vartheta}\,\underline{i}_{abc}\right)\end{aligned} \tag{1.62}$$

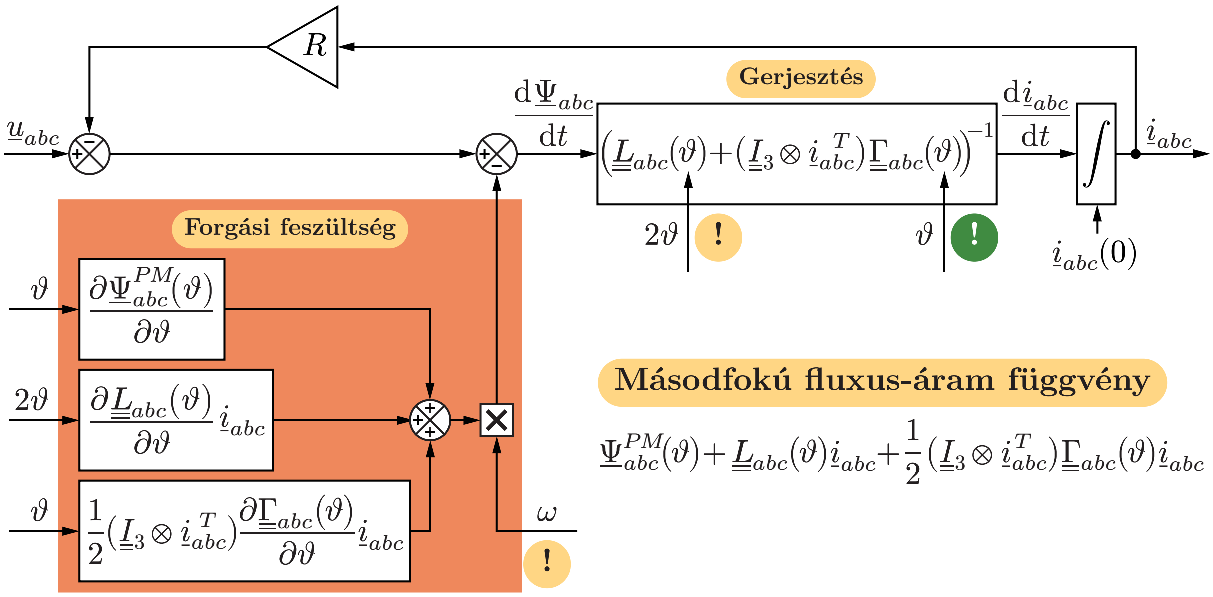
alakot veszi fel. A tekercsfluxus behelyettesítése után a feszültségegyenletben a fázisáram, a szögsebesség és szöghelyzet az ismeretlen függvények. A feszültségegyenlet a nyomatékegyenlettel közösen megoldható csatolt differenciálegyenlet-rendszert alkot.

A feszültségegyenlet állóhelyzetben

Az érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározás szempontjából a feszültségegyenlet állóhelyzetben érvényes alakja kiemelt fontosságú. Állóhelyzetben az ω villamos szögsebesség értéke 0. Behelyettesítve az (1.62) általános feszültségegyenletbe megkapjuk az állóhelyzetben érvényes alakot.

$$\underline{u}_{abc} = R\underline{i}_{abc} + \underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} + \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{abc}^{T}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} \tag{1.63}$$

Egy tökéletes gép esetén, amelynek azonosak a fázistekercselései, és térben pontosan 120°-ra helyezkednek el egymástól, a feszültségegyenlet 9 ismeretlen induktivitást és az (1.55) által meghatározott $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}$ Hesse-mátrixban 18 ismeretlen telítődési együtthatót tartalmaz, amelyek mind a forgórész szöghelyzetének függvényei. Ezeket számítani elméleti összefüggésekből nem lehet, értéküket mérési úton határoztam meg. A mérési eljárásokat és eredményeket a későbbi fejezetekben ismertetem.



1.5. ábra. Az állandó mágneses szinkrongép gerjesztésének és forgási feszültségének blokkdiagramja a kidolgozott másodfokú fluxus-áram függvényt alkalmazva

A feszültségegyenlet blokkdiagramként ábrázolva

A kibővített háromfázisú feszültségegyenlet alapját az (1.4) általános feszültségegyenlet adja, amelybe a tekercsfluxus függvény idő szerint teljes deriváltját kell behelyettesíteni (1.57) alapján.

$$u_{abc}(t) = \underbrace{Ri_{abc}(t)}_{\substack{\text{ohmos}\\ \text{feszültségesés}}} + \underbrace{\frac{\partial\Psi_{abc}}{\partial i_{abc}}\frac{di_{abc}}{dt}}_{\text{gerjesztés}} + \underbrace{\frac{\partial\Psi_{abc}}{\partial\vartheta}\frac{d\vartheta}{dt}}_{\substack{\text{forgási}\\ \text{feszültség}}} \tag{1.64}$$

A feszültségegyenletnek megfelelő blokkdiagram bemenetei az u_{abc} feszültségvektor, a ϑ villamos szöghelyzet és az ω villamos szögsebesség, a kimenete pedig az i_{abc} áramvektor, amit az áramderivált integráljaként tudunk előállítani. Az áramderivált (1.64) alapján

$$\frac{di_{abc}}{dt} = \left(\frac{\partial\Psi_{abc}}{\partial i_{abc}}\right)^{-1}\left(u_{abc}(t) - Ri_{abc}(t) - \frac{\partial\Psi_{abc}}{\partial\vartheta}\frac{d\vartheta}{dt}\right). \tag{1.65}$$

(1.65) képezi az alapját az I.3. ábrán látható általános blokkdiagram villamos áramköri részének, illetve az I.6. és az 1.5. ábráknak. Az 1.5. ábrán ismertetett blokkdiagram felel meg az (1.62) kibővített feszültségegyenletnek, de a blokkdiagram közvetlenül az (1.65) szerint az áramderiváltra rendezett alakot követi. A blokkdiagram szerint a szöghelyzet öt, a szögsebesség pedig egy helyen, a forgási feszültségben hat vissza a fázisáramokra. Állóhelyzetben, azaz 0 szögsebesség és forgási feszültség mellett a mágneskör gerjesztésében szerepet játszó induktivitások és telítődési együtthatók szögfüggésén keresztül befolyásolja a forgórész szöghelyzete a fázisáramokat. Amennyiben a telítődési együtthatók esetén az 1.2–1.4. ábráknak megfelelően a térbeli alapharmonikus a meghatározó, úgy ez a visszahatás lehetővé teszi a polaritásfelismerést.

1.5. A kibővített modell Park-átalakítása

A kibővített fluxusmodell a hagyományos villamosgép-modellezési keretrendszerbe illesztésének legfontosabb lépése az újonnan bevezetett mennyiségek, a négyzetes tag és az összevont Hesse-mátrix Park- és inverz Park-átalakításának kidolgozása volt. Az új mennyiségek átalakításainak levezetéséhez az állandó mágneses tekercsfluxus vektor és az induktivitásmátrix már ismert átalakításából indultam ki.

Az állandó mágneses tekercsfluxus vektor Park- és inverz Park-átalakítása a megfelelő transzformációs mátrixszal balról történő szorzással végezhető el.

$$\underline{\Psi}^{PM}_{dq0} = \underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{\Psi}^{PM}_{abc}(\vartheta) \quad \text{és} \quad \underline{\Psi}^{PM}_{abc}(\vartheta) = \underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\Psi}^{PM}_{dq0} \tag{1.66}$$

Az (1.56) fluxusmodell lineáris tagjának átalakítása is balról szorzással történik, de ha külön látni akarjuk az induktivitásmátrix és az áramvektor átalakítását is, akkor a tényezők között bővíteni kell az összefüggéseket a megfelelő transzformációs és inverz mátrix egységmátrixot eredményező szorzatával.

$$\underline{\underline{L}}_{dq0}\underline{i}_{dq0} = \underbrace{\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)}_{\underline{\underline{L}}_{dq0}}\;\underbrace{\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{i}_{abc}}_{\underline{i}_{dq0}} \tag{1.67}$$

$$\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\,\underline{i}_{abc} = \underbrace{\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\underline{L}}_{dq0}\underline{\underline{T}}(\vartheta)}_{\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)}\;\underbrace{\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{i}_{dq0}}_{\underline{i}_{abc}} \tag{1.68}$$

Az egyenletek jobb oldalain $\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}(\vartheta) = \underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) = \underline{\underline{I}}_3$, ezért a bővítés egyik esetben sem módosítja a kifejezés értékét.

1.5.1. A négyzetes tag és az összevont Hesse-mátrix Park-átalakítása

A kibővített fluxusmodellben bevezetett négyzetes tag és Hesse-mátrix Park- és inverz Park-átalakítására új összefüggéseket dolgoztam ki, alapul véve az állandó mágneses tekercsfluxus és az induktivitásmátrix átalakításánál látott módszereket.

$$\frac{1}{2}\Big(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underbrace{\underline{i}^T_{abc}\underline{\underline{T}}^T(\vartheta)}_{\underline{i}^T_{dq0}}\Big)\;\underbrace{\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)\right)\left(\underline{\underline{T}}(\vartheta) \otimes \underline{\underline{I}}_3\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)}_{\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}}\;\underbrace{\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,\underline{i}_{abc}}_{\underline{i}_{dq0}} \tag{1.69}$$

A megtalált átalakítási összefüggések helyességét szoftveres vizsgálatokkal ellenőriztem. Ugyan itt is jól látható, hogy a $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)$ Hesse-mátrix mögötti $\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}(\vartheta)$ bővítés egységmátrixszal egyenlő, de az előtte lévő bővítés helyességének ellenőrzése igényelte a számítógépes módszert. A négyzetes tag $dq0$-beli alakja (1.69) alapján

$$\frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{dq0}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}\underline{i}_{dq0}. \tag{1.70}$$

A négyzetes tag szerkezete $dq0$-ban azonos az (1.56) szerinti abc-belivel, és ezzel egyúttal megfelel az (1.52) szerinti másodfokú Taylor-polinom alaknak is.

A négyzetes tag inverz Park-átalakítására az

$$\frac{1}{2}\Big(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underbrace{\underline{i}_{dq0}^T \underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)}_{\underline{i}_{abc}^T}\Big)\underbrace{\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{\underline{T}}^T(\vartheta)\right)\left(\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) \otimes \underline{\underline{I}}_3\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}\underline{\underline{T}}(\vartheta)}_{\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)}\underbrace{\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\,\underline{i}_{dq0}}_{\underline{i}_{abc}} \tag{1.71}$$

összefüggést vezettem le. Az összevont Hesse-mátrix Park- és inverz Park-átalakítása kiemelve a négyzetes tag (1.69) és (1.71) átalakításaiból

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0} = \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)\right)\left(\underline{\underline{T}}(\vartheta) \otimes \underline{\underline{I}}_3\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) \quad \text{és} \tag{1.72}$$

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta) = \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{\underline{T}}^{T}(\vartheta)\right)\left(\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) \otimes \underline{\underline{I}}_3\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}\underline{\underline{T}}(\vartheta)\,. \tag{1.73}$$

A tekercsfluxus függvény négyzetes tagjához, valamint az összevont Hesse-mátrixhoz kidolgozott a Park- és inverz Park-átalakítások összefüggései szimmetrikus felépítésűek, $\underline{\underline{T}}$ és $\underline{\underline{T}}^{-1}$ felcserélésével egymásba alakíthatók.

1.5.2. A másodfokú tekercsfluxus függvény Park-átalakítása

A négyzetes tag és az összevont Hesse-mátrix Park-átalakításának kidolgozása után fel tudtam írni a $dq0$-beli tekercsfluxus függvény másodfokú Taylor-polinomját is.

$$\underline{\Psi}_{dq0}\left(\underline{i}_{dq0}\right) = \underline{\Psi}_{dq0}^{PM} + \underline{\underline{L}}_{dq0}\underline{i}_{dq0} + \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{dq0}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}\underline{i}_{dq0} \tag{1.74}$$

A $\underline{\Psi}_{dq0}$ deriváltjának felírása kicsit könnyebb, mint az abc-beli megfelelője volt, mivel az együtthatók a forgórész szöghelyzetétől független állandók.

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\Psi}_{dq0}}{\mathrm{d}t} = \underline{\underline{L}}_{dq0}\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{dq0}}{\mathrm{d}t} + \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{dq0}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{dq0}}{\mathrm{d}t} \tag{1.75}$$

1.5.3. A feszültségegyenlet Park-átalakítása

A $dq0$-beli másodfokú feszültségegyenletet az általános (1.16) feszültségegyenlet és (1.70) alapján írtam fel.

$$\begin{aligned}\underline{u}_{dq0} = R\underline{i}_{dq0} + \underline{\underline{L}}_{dq0}\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{dq0}}{\mathrm{d}t} + \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{dq0}^T\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{dq0}}{\mathrm{d}t} + \\ + \omega\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\left(\underline{\Psi}_{dq0}^{PM} + \underline{\underline{L}}_{dq0}\underline{i}_{dq0} + \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{dq0}\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}\underline{i}_{dq0}\right)\end{aligned} \tag{1.76}$$

(1.76) szerkezete nagyon hasonló az abc-beli (1.62) megfelelőjéhez. Különbséget a forgási feszültségben látunk, mivel az állórész tekercselés a forgórészről nézve éppen ellentétes irányba forog. Említést érdemel még, hogy a feszültségegyenlet négyzetes tagja nem azonos a tekercsfluxus függvény négyzetes tagjával.

1.6. A térbeli harmonikus tartalom rögzítése

A térbeli harmonikus tartalom rögzítése kapcsán kénytelen vagyok kissé előre szaladni, ugyanis ezt a kutatásom során nem a mérések előtt, hanem azok után, azok eredményei alapján tettem meg, az értekezés felépítése viszont azt kívánja, hogy a térbeli harmonikus tartalom szűkítésével nyert idealizált modellalakok ebben a fejezetben kapjanak helyet, az ezek alapjául szolgáló mérési eljárásokat és paraméter identifikációs eredményeket pedig a következő fejezetekben ismertessem.

A fluxusmodell együtthatói az állórész fázistekercseléseihez tartozó mágneskörök egyenetlensége miatt a forgórész szöghelyzetének függvényében változnak. A szöghelyzetfüggőségért elsősorban a forgórész kialakítása, másodsorban a mágneses telítődés, harmadrészt az állórész kialakítása a felelős. Ezek közül a forgórész kialakításának, azaz a d- és a q-irány különbözőségének hatása a legjelentősebb. A mágneses telítődés hatása térben ehhez kötődik, és ezek együtt forognak a forgórésszel. Az állórész kialakítása kisebb jelentőségű és szabálytalanabb térbeli harmonikus tartalmat okoz a fázistekercselések közötti kis eltérések, a véges menetszám, a nem tökéletesen szinuszos térbeli eloszlás, az állórész vasmagok hornyolt-fogazott kialakítása, az állandó mágnesek erőssége közötti különbség, a forgórész külpontossága stb. miatt. Az állórész eredendően szabályosabb kialakítása miatt a gép mágnesköreinek szerkezete a forgórész felől nézve forgás közben elhanyagolhatóan kis mértékben változik, míg az állórész felől nézve jelentős a forgórész szöghelyzetének hatása.

A fluxusmodell együtthatóinak szöghelyzetfüggését a forgómozgás periodikus jellege miatt a térbeli harmonikus tartalommal célszerű jellemezni. A szöghelyzetfüggő fázismennyiségek térbeli eloszlásokat takarnak, amikre lehet hullámokként tekinteni. Az állórész kialakítása által okozott térbeli harmonikusok az állórészhez kötött abc és $\alpha\beta\gamma$ koordináta-rendszerekben állóhullámként jelennek meg, a forgórész kialakítása és a mágneses telítődés által okozott térbeli harmonikusok pedig a $dq0$ rendszerben viselkednek állóhullámokként.

A modellezés egyszerűsítése érdekében az együtthatók térbeli harmonikus tartalmának csak a legmeghatározóbb elemeit szokás megtartani. Ezek éppen a $dq0$ rendszerben állóhullámot alkotó, a forgórésszel együtt forgó térbeli harmonikusok. Az állóhullámjelleg miatt a forgórészhez kötött $dq0$ koordináta-rendszerben a fluxusmodell hozzájuk tartozó együtthatói, azaz $\underline{\Psi}_{dq0}^{PM}$, $\underline{\underline{L}}_{dq0}$ és $\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}$ elemei a forgórész szöghelyzetétől független állandók lesznek.

Az inverz Park-átalakítás során az abc-beli fluxusmodell együtthatóit a $dq0$-beliek, valamint egy (1.66), kettő (1.68), vagy három (1.73) transzformációs mátrix szorzataként állítottam elő. Ennek eredményeképpen az abc-beli együtthatók értéke általános esetben nem nulla középértéket, valamint egy (1.77), kettő (1.78), vagy három (1.79) térbeli harmonikushoz tartozó koszinuszos és szinuszos függvényekből képzett lineáris kombinációt tartalmazhat. A középérték és a lineáris kombinációk együtthatói a $dq0$-beli modell együtthatóinak elemeit tartalmazzák.

Az abc-beli állandó mágneses tekercsfluxusok, induktivitások és telítődési együtthatók (a Hesse-mátrix elemei) matematikailag lehetséges harmonikus tartalmát az (1.77)–(1.79) egyenletek szemléltetik. Az i, j és k indexek az $\{a, b, c\}$ halmaz elemei.

$$\Psi_i^{PM}(\vartheta) = \psi_0^{(i)} + \psi_1^{(i)} \cos\vartheta + \psi_2^{(i)} \sin\vartheta \tag{1.77}$$

$$\begin{aligned} L_{ij}(\vartheta) = \lambda_0^{(ij)} &+ \lambda_1^{(ij)} \cos\vartheta + \lambda_2^{(ij)} \sin\vartheta \\ &+ \lambda_3^{(ij)} \cos 2\vartheta + \lambda_4^{(ij)} \sin 2\vartheta \end{aligned} \tag{1.78}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{ijk}(\vartheta) = \gamma_0^{(ijk)} &+ \gamma_1^{(ijk)} \cos\vartheta + \gamma_2^{(ijk)} \sin\vartheta \\ &+ \gamma_3^{(ijk)} \cos 2\vartheta + \gamma_4^{(ijk)} \sin 2\vartheta \\ &+ \gamma_5^{(ijk)} \cos 3\vartheta + \gamma_6^{(ijk)} \sin 3\vartheta \end{aligned} \tag{1.79}$$

A $\psi_n^{(i)}$, a $\lambda_n^{(ij)}$ és a $\gamma_n^{(ijk)}$ együtthatók a rendre a $\underline{\Psi}_{dq0}^{PM}$, $\underline{\underline{L}}_{dq0}$ és $\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}$ elemeinek lineáris kombinációi. Az azonos térbeli harmonikushoz tartozó koszinuszos és szinuszos tag együtthatói határozzák meg a harmonikus amplitúdóját és térbeli fáziseltolódását. Fontos megemlíteni, hogy a ϑ villamos szöghelyzet itt is az a és a d tengely közötti szöget jelöli (lásd 1.1. és 2.1. ábra).

A $dq0$-beli állandó mágneses tekercsfluxusok és induktivitások értékeit a szakirodalom alapján választottam meg, és az induktivitások helyességét ellenőriztem a méréseim alapján. A telítődési együtthatók értékei a szakirodalomban nem ismertek, ezeket a mérési eredményeim alapján alakítottam ki. Az abc rendszerben a fázisok állandó mágneses tekercsfluxusai térbeli alapharmonikust, az induktivitások középértéket (nulladik harmonikust) és második térbeli harmonikust, a telítődési együtthatók pedig a későbbi fejezetekben ismertetett mérési eredményeimre alapozva megint csak térbeli alapharmonikust tartalmaznak.

Az állandó mágneses tekercsfluxusok térbeli harmonikus tartalma

Az állandó mágneses tekercsfluxusok meghatározásához mindössze egy paraméterre, a Ψ_{PM}-re van szükség, amely a forgórészhez kötött rendszerben a Ψ_d^{PM} tekercsfluxussal, az állórészhez kötött abc rendszerben pedig a fázisok állandó mágneses tekercsfluxusainak amplitúdójával egyenlő.

$$\underline{\Psi}_{dq0}^{PM} = \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\Psi}_{abc}^{PM}(\vartheta) = \underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)\, \underline{\Psi}_{dq0}^{PM} = \begin{bmatrix} \Psi_{PM} \cos\vartheta \\ \Psi_{PM} \cos(\vartheta - 120°) \\ \Psi_{PM} \cos(\vartheta - 240°) \end{bmatrix} \tag{1.80}$$

$\underline{\Psi}_{dq0}^{PM}$ elemeinek (1.80) szerinti megválasztása az inverz Park-átalakítás elvégzésével abc-ben Ψ_{PM} amplitúdójú térbeli alapharmonikusokat eredményez, amelyek között 120° a fáziseltolódás, és a kapcsolat fordítva is igaz, azaz (1.80) megfelel (1.66) mindkét feltételének.

Az induktivitások térbeli harmonikus tartalma

A $dq0$ induktivitásmátrixban a főátlóbeli elemek, azaz az öninduktivitások értéke pozitív, a kölcsönös induktivitásoké nulla. A következő fejezetekben ismertetett mérési eredményeim alátámasztják, hogy ezek a feltételezések a tesztmotorok esetén teljesülnek. A $dq0$ kölcsönös induktivitások értéke nem pontosan nulla, de az öninduktivitásokhoz képest elhanyagolhatóan kicsik (lásd később 2.12. ábra).

Az abc-beli induktivitások megadásához szükséges az L_{sl} szórt induktivitás, ami $dq0$-beli zérusrendű L_{00} induktivitással egyenlő, az L_{so} mágnesező induktivitás, az L_x, ami a második térbeli harmonikusok amplitúdója, és az $L_s = L_{sl} + L_{so}$, ami az abc öninduktivitások középértéke.

Az induktivitásmátrix $dq0$-ban az

$$\underline{\underline{L}}_{dq0} = \begin{bmatrix} L_{dd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{qq} & 0 \\ 0 & 0 & L_{00} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sl} + \frac{3}{2}(L_{so} - L_x) & 0 & 0 \\ 0 & L_{sl} + \frac{3}{2}(L_{so} + L_x) & 0 \\ 0 & 0 & L_{sl} \end{bmatrix} \tag{1.81}$$

alakban írható fel. Az abc-beli induktivitásmátrix (1.68) szerint számítva az

$$\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta) = \begin{bmatrix} L_s - L_x \cos 2\vartheta & -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos(2\vartheta - 120°) & -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos(2\vartheta + 120°) \\ \cdot & L_s - L_x \cos(2\vartheta + 120°) & -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos 2\vartheta \\ \cdot & \cdot & L_s - L_x \cos(2\vartheta - 120°) \end{bmatrix} \tag{1.82}$$

szimmetrikus alakot veszi fel (a pontok a szimmetrikus elemeket jelölik). Megállapíthatjuk, hogy modell valóban nem nulla középértéket és második térbeli harmonikust rendel az abc-beli induktivitásmátrix $L_{aa}(\vartheta) \cdots L_{cc}(\vartheta)$ elemeihez.

A Hesse-mátrix elemeinek térbeli harmonikus tartalma

Amennyiben a $dq0$-beli összevont Hesse-mátrix elemei a szöghelyzettől független állandók, úgy (1.79) alapján az abc-beli $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)$ összevont Hesse-mátrix elemei rendelkezhetnek nullától különböző középértékkel, valamint tetszőleges amplitúdójú és fáziseltolódású első, második és harmadik térbeli harmonikussal. A szakirodalomban fellelhető közvetett utalások és a mágnesezési görbék alakja (1.4. ábra) alapján azt feltételeztem, hogy a térbeli alapharmonikusaik lesznek a meghatározók, a páros és a harmadik harmonikusaik pedig elhanyagolhatóan kicsik lesznek. A későbbi fejezetekben bemutatott mérési eredmények ezeket a feltételezéseket igazolták.

A mérési eredményeimre alapozva sikerült olyan $dq0$-beli és abc-beli alakokat kidolgoznom az összevont Hesse-mátrixok számára, amelyek mind a matematikai, mind a fizikai követelményeknek megfelelnek, számszerűleg is jól illeszkednek a mért értékekhez, valamint analitikus és numerikus vizsgálatokban is felhasználható feszültségegyenleteket eredményeznek.

A $dq0$-beli összevont Hesse-mátrix elemei közül a Γ_{ddd}-t, a Γ_{dqq}-t és a $\Gamma_{qdq} = \Gamma_{qqd}$ szimmetrikus elempárt tartottam meg. Az értékeik megadásához bevezettem egy új gépparamétert, a Γ_0 polaritásfüggő telítődési együtthatót.

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0} = \begin{bmatrix} \Gamma_{ddd} & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{dqq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{qdq} & 0 \\ \Gamma_{qdq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{9}{4}\Gamma_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4}\Gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4}\Gamma_0 & 0 \\ -\frac{3}{4}\Gamma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.83}$$

A Γ_0 mellett megjelenő tényezők biztosítják, hogy az abc-beli telítődési együtthatók csak térbeli alapharmonikussal rendelkezhessenek, vagy néhány elem esetén az értékük nulla legyen, valamint hogy a mérések során megfigyelt térbeli fáziseltolódásoknak megfeleljenek az elemek. A tényezők értékeinek (1.83) szerinti megválasztása következtében inverz Park-átalakítás után az abc-beli a fázistekercsek saját együtthatóinak amplitúdója és a fázistekercsek közötti együtthatók amplitúdója között $\sqrt{3}$-as arányt kapunk. Az előbbiek amplitúdója éppen Γ_0-lal egyenlő.

A abc-beli Hesse-mátrix a

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta) = \begin{bmatrix} \Gamma_0 \cos\vartheta & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta+30°) & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta-30°) \\ \cdot & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta-150°) & 0 \\ \cdot & \cdot & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta+150°) \\ \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta+30°) & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta-150°) & 0 \\ \cdot & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta+60°) & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta-90°) \\ \cdot & \cdot & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta+90°) \\ \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta-30°) & 0 & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta+150°) \\ \cdot & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta-90°) & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta+90°) \\ \cdot & \cdot & \frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta-60°) \end{bmatrix} \tag{1.84}$$

szimmetrikus alakot veszi fel (a pontok a szimmetrikus elemeket jelölik).

1.7. A kibővített ÁMSZG modell egyenletei

A Hesse-mátrix elemeinek és harmonikus tartalmuknak a rögzítése, valamint a Γ_0 polaritásfüggő telítődési együttható bevezetése után a d- és a q-irányú tekercsfluxus a

$$\Psi_d = \Psi_{PM} + L_{dd} i_d - \frac{9}{8}\Gamma_0 i_d^2 - \frac{3}{8}\Gamma_0 i_q^2 \quad \text{és a} \tag{1.85}$$

$$\Psi_q = L_{qq} i_q - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_d i_q \tag{1.86}$$

alakra egyszerűsödik.

A kibővített feszültségegyenlet

A másodfokú fluxusmodell kidolgozásával és behelyettesítésével eljutottam a másodfokú fluxusmodellen alapuló feszültségegyenlet végleges alakjához, amelyben a d- és a q-irányú feszültség az

$$u_d = R i_d + L_{dd} \frac{\mathrm{d} i_d}{\mathrm{d} t} - \frac{9}{8}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d} i_d^2}{\mathrm{d} t} - \frac{3}{8}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d} i_q^2}{\mathrm{d} t} - \omega \left(L_{qq} i_q - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_d i_q \right) \quad \text{és az} \tag{1.87}$$

$$u_q = R i_q + L_{qq} \frac{\mathrm{d} i_q}{\mathrm{d} t} - \frac{3}{4}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d} i_d i_q}{\mathrm{d} t} + \omega \left(\Psi_{PM} + L_{dd} i_d - \frac{9}{8}\Gamma_0 i_d^2 - \frac{3}{8}\Gamma_0 i_q^2 \right) \tag{1.88}$$

alakot veszi fel. A modell a d- és a q-irány között számos keresztcsatolást tartalmaz.

A kibővített feszültségegyenlet állóhelyzetben

A másodfokú fluxusmodellen alapuló feszültségegyenletbe $\omega = 0\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességet helyettesítve eljutottam az állóhelyzetben történő polaritásfelismerésben alkalmazható feszültségegyenlet végleges alakjához, amelyben a d- és a q-irányú feszültség az

$$u_d = R i_d + L_{dd} \frac{\mathrm{d} i_d}{\mathrm{d} t} - \frac{9}{8}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d} i_d^2}{\mathrm{d} t} - \frac{3}{8}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d} i_q^2}{\mathrm{d} t} \quad \text{és az} \tag{1.89}$$

$$u_q = R i_q + L_{qq} \frac{\mathrm{d} i_q}{\mathrm{d} t} - \frac{3}{4}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d} i_d i_q}{\mathrm{d} t} \tag{1.90}$$

alakot veszi fel. Érdemes megfigyelni, hogy az u_d-re i_d^2 és i_q^2 van hatással, míg u_q-ra az $i_d i_q$ szorzat fejt ki hatást. Ez azt jelenti, hogy a q-irány telítődését a fluxusmodell négyzetes tagja nem foglalja magába. Ha ezt is modellezni szeretnénk, akkor harmadfokú fluxusmodell kidolgozására lenne szükség.

Szétválasztott differenciálegyenlet alak

A modell kidolgozása során a numerikus szimulációkban történő alkalmazhatóságot is szem előtt tartottam. Az (1.87) és (1.88) feszültségegyenletek egy közönséges, nemlineáris, de szétválasztható differenciálegyenlet-rendszert alkotnak. A kutatómunka során végzett numerikus szimulációkban a szétválasztott és az áramok deriváltjaira rendezett alakjaikat, az (1.91) és (1.92) egyenleteket használtam fel.

$$\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} = \frac{\left(L_{qq} - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_d\right)\left(u_d - Ri_d + \omega\Psi_q\right) + \frac{3}{4}\Gamma_0 i_q\left(u_q - Ri_q - \omega\Psi_d\right)}{\left(L_{dd} - \frac{9}{4}\Gamma_0 i_d\right)\left(L_{qq} - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_d\right) - \frac{9}{16}\Gamma_0^2 i_q^2} \tag{1.91}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} = \frac{\left(L_{dd} - \frac{9}{4}\Gamma_0 i_d\right)\left(u_q - Ri_q - \omega\Psi_d\right) + \frac{3}{4}\Gamma_0 i_q\left(u_d - Ri_d + \omega\Psi_q\right)}{\left(L_{dd} - \frac{9}{4}\Gamma_0 i_d\right)\left(L_{qq} - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_d\right) - \frac{9}{16}\Gamma_0^2 i_q^2} \tag{1.92}$$

Az áramderiváltakra rendezett feszültségegyenletek értelmezési és érvényességi tartományát szűkítik az osztások, azonban ez nem jelent gyakorlati korlátot, ugyanis ahhoz, hogy elérjük a nevező zérushelyét, a tesztmotorok esetén i_q abszolút értéke a több mint 1000 A kellene legyen, ami kivitelezhetetlenül nagy áramérték, és így egy megfelelően elvégzett numerikus szimuláció meg sem közelítheti a szakadási helyet.

A kibővített modell elektromágneses forgatónyomatéka

A kibővített fluxusmodellt felhasználva módosítottam az ÁMSZG elektromágneses forgatónyomatékának számítására szolgáló összefüggést. (1.33), valamint (1.85) és (1.86) alapján

$$M_E = \frac{3}{2} z_P \left(\Psi_{PM} i_q - (L_{qq} - L_{dd}) i_d i_q - \frac{3}{8}\Gamma_0 i_q (i_d^2 + i_q^2)\right). \tag{1.93}$$

A lineáris modellhez hasonlóan M_E magába foglalja az állandó mágneses vagy gerjesztési, és a reluktancia nyomatékot, de mellettük megjelenik egy harmadik forgatónyomaték is, amelyet a mágneses telítődés okoz. A telítődési nyomaték azonban nagyon kicsi, ha i_q megegyezik a katalógusadatok között szereplő indítóárammal, értéke akkor is csak az állandó mágnesek nyomatékának 0,7 %-át éri el a tesztmotorok esetén.

1.7.1. Értelmezés lineáris áramfüggő induktivitás modellként

Az (1.62) induktív és négyzetes tagjai átrendezhetők, így kiderül, hogy a másodfokú fluxusmodell egyenértékű egy látszólag lineáris modellel, amelyben az induktivitásmátrix áramfüggő.

$$\underline{u}_{abc} = R\underline{i}_{abc} + \underbrace{\left(\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta) + \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{abc}^T\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\right)}_{\underline{\underline{L}}_{abc}^{\mathrm{cdi}}(\underline{i}_{abc},\vartheta)} \frac{\mathrm{d}\underline{i}_{abc}}{\mathrm{d}t} \tag{1.94}$$

Itt $\underline{\underline{L}}_{abc}^{\mathrm{cdi}}(\underline{i}_{abc}, \vartheta)$ az áramfüggő *abc* induktivitási mátrix, amely a $\underline{i}_{abc}$ áramvektor lineáris függvénye. Állandó tagja a $\underline{\underline{L}}_{abc}$ differenciális induktivitásmátrix, lineáris tagjának együtthatómátrixa pedig a $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}$ Hesse-mátrix. Azért mutatok rá erre az összefüggésre, mert a létező modellezési megközelítések közül több is az induktivitásokat kezeli áramfüggőként ahelyett, hogy a fluxusmodellt bővítené [38, 68, 76, 77].

Hasonlóan (1.94)-hoz, (1.76) is átrendezhető egy látszólag lineáris alakra, amely egy áramfüggő induktivitásmátrixot tartalmaz.

$$\underline{u}_{dq0} = R\underline{i}_{dq0} + \Big(\underbrace{\underline{\underline{L}}_{dq0} + \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{i}_{dq0}^T\right) \underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}}_{\underline{\underline{L}}_{dq0}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right)} \Big) \frac{\mathrm{d}\underline{i}_{dq0}}{\mathrm{d}t} \tag{1.95}$$

Itt $\underline{\underline{L}}_{dq0}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right)$ az áramfüggő $dq0$ induktivitási mátrix, amely az $\underline{i}_{dq0}$ lineáris függvénye. Állandó tagja a $\underline{\underline{L}}_{dq0}$ differenciális induktivitásmátrix, lineáris tagjának együtthatómátrixa pedig a $\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}$ Hesse-mátrix.

Az $\underline{\underline{L}}_{dq0}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right)$ áramfüggő elemei

$$L_{dd}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right) = L_{dd} + \Gamma_{ddd} i_d = L_{dd} - \frac{9}{4}\Gamma_0 i_d, \tag{1.96}$$

$$L_{dq}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right) = \Gamma_{dqq} i_q = -\frac{3}{4}\Gamma_0 i_q, \tag{1.97}$$

$$L_{qd}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right) = \Gamma_{qqd} i_q = -\frac{3}{4}\Gamma_0 i_q \quad \text{és} \tag{1.98}$$

$$L_{qq}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right) = L_{qq} + \Gamma_{qdq} i_d = L_{qq} - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_d. \tag{1.99}$$

Az (1.96)–(1.98) egyenletek a főfluxus telítődés és a kereszttelítődés polaritáshoz kötődő részeinek lineáris modelljei [38]. A Γ_0 egy pozitív állandó, ezért a modellem azt jósolja, hogy pozitív i_d csökkenti az áramfüggő öninduktivitásokat, míg pozitív i_q csökkenti az áramfüggő kölcsönös induktivitásokat. A Γ_0 nem kötődik kifejezetten sem a d-, sem a q-irányhoz, és nem kötődik kifejezetten a főfluxus telítődéshez vagy a kereszttelítődéshez sem, hanem egy olyan együttható, amely általánosságban írja le a gép polaritásfüggő telítődésre való hajlamosságát.

1.7.2. A kibővített modell alkalmazási területei és korlátai

A tekercsfluxus-áram függvény másodfokú kibővítése során a polaritásfüggő telítődést jellemző négyzetes tagot matematikai szempontból a lehető legáltalánosabb alakban írtam fel. Ennek köszönhetően a tekercsfluxus-áram függvény (1.56) és (1.74) szerinti, valamint a feszültségegyenletek (1.62) és (1.76) szerinti alakjai módosítás nélkül alkalmazhatók bármely háromfázisú csillagkapcsolt ÁMSZG esetén. Az abc-beli Hesse-mátrix térbeli harmonikus tartalma és a $dq0$-beli elemei azonban függhetnek a modellezett gép felépítésétől és belső kialakításától, bár alapvetően arra számíthatunk, hogy $dq0$-ban állandó elemeket, abc-ben meghatározó térbeli alapharmonikusokat kapunk. A modell más gépekhez illesztése során az (1.83) és (1.84) mátrixok elemeinek megfelelő illeszkedését kell mérési úton ellenőrizni.

1.8. A fejezet összefoglalása, az új tudományos eredmények

A kapcsolódó tudományos közleményeim: [F-1], [F-2], [F-3], [F-4], [K-2], [K-3]

Az állóhelyzetben és kis fordulatszámon történő, jelbefecskendezés alapú érzékelő nélküli polaritásfelismerés lehetővé és tervezhetővé tétele érdekében kidolgoztam egy újszerű, kibővített állandó mágneses szinkrongép modellt, amely a tekercsfluxus-áram összefüggés másodfokú Taylor-polinomján alapul. A kibővített fluxusmodell négyzetes tagja a mágnesezési görbe polaritástól függő előjelű görbületét képezi le az összevont Hesse-mátrixot alkotó telítődési együtthatókba, amelyeket villamos szögben térbeli alapharmonikus határoz meg. Kidolgoztam az állandó mágneses szinkrongépek számára mind az állórészhez kötött, mind a forgórészhez kötött koordináta-rendszerekben egy-egy olyan idealizált fluxusmodell alakot, amely mind a mérési eredményekhez, mind a villamos gépek hagyományos modellezéséhez jól illeszkedik.

A kidolgozott modell lehetővé teszi a jelbefecskendezés alapú érzékelő nélküli módszerek numerikus szimulációs környezetben történő fejlesztését.

2. A fluxusmodell paramétereinek mérése

Az állandó mágneses szinkrongépek modelljének kibővítése során azt feltételeztem, hogy az abc-beli fluxusmodell másodfokú tagjának együtthatói, azaz a tekercsfluxus-áram függvény $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}$ Hesse-mátrixának elemei nulla középértékkel és meghatározó térbeli alapharmonikussal rendelkeznek, valamint az amplitúdóik és térbeli fáziseltolódásaik olyanok, hogy a $\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}$ elemei a szöghelyzettől független állandók legyenek. Ennek az igazolására, valamint az egyes elemekhez tartozó amplitúdók és térbeli fáziseltolódások meghatározására mérőkörnyezetet építettem és mérési eljárásokat dolgoztam ki. Az abc-beli mennyiségek meghatározásához a tesztmotorok csillagpontját elérhetővé kellett tennem, és egy, illetve két fázist gerjesztő méréseket kellett végeznem.

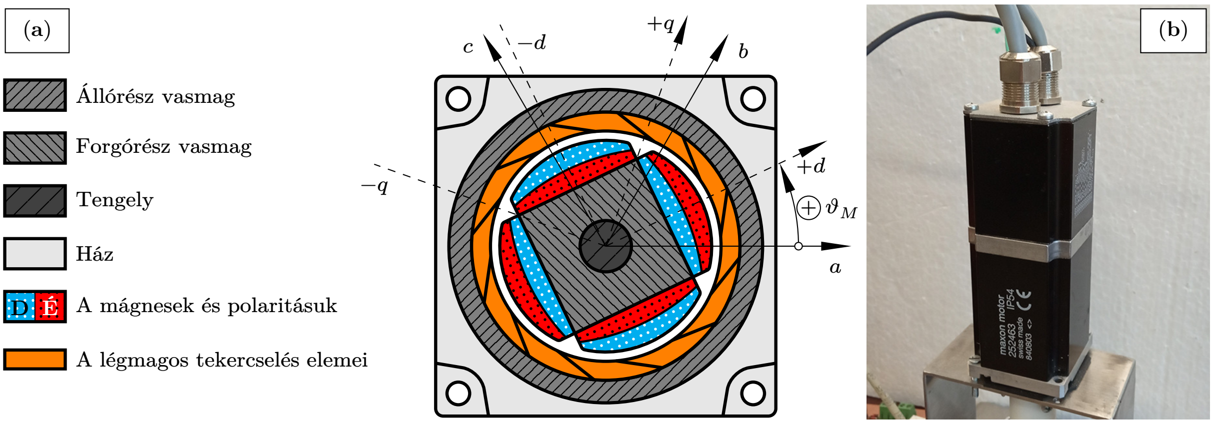
A mérések alapján meghatároztam az abc-beli telítődési együtthatók értékét a forgórész szöghelyzetének függvényében, és elvégeztem ezek Park-átalakítását. Az abc-beli és a $dq0$-beli eredmények alapján a telítődési együtthatókhoz idealizált értékeket társítottam, amelyek $dq0$-ban állandók, abc-ben pedig térbeli alapharmonikussal rendelkeznek. Mivel a csillagpont általában nem hozzáférhető, megvizsgáltam, hogy lehetséges-e a dq-beli telítődési együtthatók meghatározása háromfázisos mérésekkel, csillagpont kivezetés nélkül.

2.1. A tesztmotorok főbb jellemzői

A mérőkörnyezethez tartozó kísérleti hajtásban két Maxon EC4-pole 45 252463 típusú kétpóluspáros, légmagos tekercselésű állandó mágneses szinkronmotort használtam tesztmotorokként. A légmagos tekercselésű ÁMSZM három fő részből épül fel: a külső állórész vasmagból, a belül elhelyezkedő forgórészből, ami az állandó mágneseket hordozza, valamint az előbbi kettő közötti légrésben lévő elosztott tekercselésből (2.1. ábra, (**a**) rész). A Maxon által kifejlesztett légmagos tekercselés rombusz alakú, egymást átlapoló, szinuszosan elosztott tekercselemekből épül fel. Mivel az állórész vasmagja belül sima, maga a tekercselés a fő teherviselő elem. A szilárdságát úgy növelték meg, hogy egy megerősített NYÁK-lapba ültették, és részben kitöltötték műgyantával.

2.1. táblázat. A tesztmotorként használt Maxon EC4-pole 45 252463 kétpóluspáros ÁMSZM típus katalógusadatai.

Katalógusadat	**Érték**	**Katalógusadat**	**Érték**
Névleges teljesítmény	200 W	A megengedett folyamatos áram	4,16 A
Névleges feszültség	48 V	A kivezetések közötti ellenállás	878 mΩ
Névleges fordulatszám	6120/min	A kivezetések közötti induktivitás	350 µH
Nyomatékállandó	74,5 mN m/A	A forgórész tehetetlenségi nyomatéka	200 g cm^2
Indítónyomaték	4070 mN m	Mechanikai időállandó	3,16 ms
Indítóáram	54,7 A	A póluspárok száma	2
Csúcshatásfok	87 %	A megengedett folyamatos nyomaték	297 mN m



2.1. ábra. (**a**) A tesztmotorként használt, kétpóluspáros, légmagos tekercselésű Maxon EC4-pole 45 252463 ÁMSZM keresztmetszete és főbb alkatrészei. (**b**) Az egyik tesztmotor fényképe.

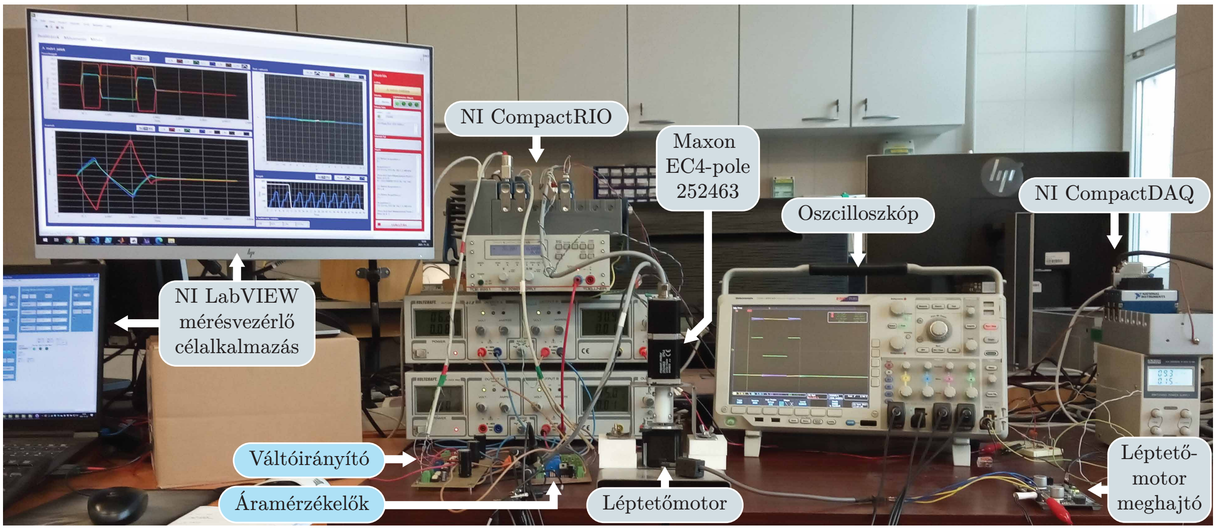
A 2.1. táblázat tartalmazza a típus katalógusadatait. Az ellenállás és induktivitás értékekről nem derül ki, hogy pontosan milyen módon mérték őket. A 2.1. ábra (**a**) részén látható a tesztmotorok keresztmetszete, valamint az ábra (**b**) részén az egyik motor fényképe. A tesztmotorokra gyárilag egy összetett forgójeladót szereltek, amely magába foglal egy 13 bit felbontású inkrementális és egy villamos szögben 120° felbontású abszolút optikai enkódert. A forgójeladó mérete összemérhető magának a motornak a méretével. A fényképen látható a motorhoz csatlakozó két vezetékköteg, amelyek közül az egyik a forgójeladóhoz szükséges, a másik pedig a fázisok vezetékeiből áll. Ez utóbbi mellett látható a csillagpont kivezetéshez általam bekötött sötétszürke vezeték.

2.2. A modellparaméterek szöghelyzetfüggésének mérése

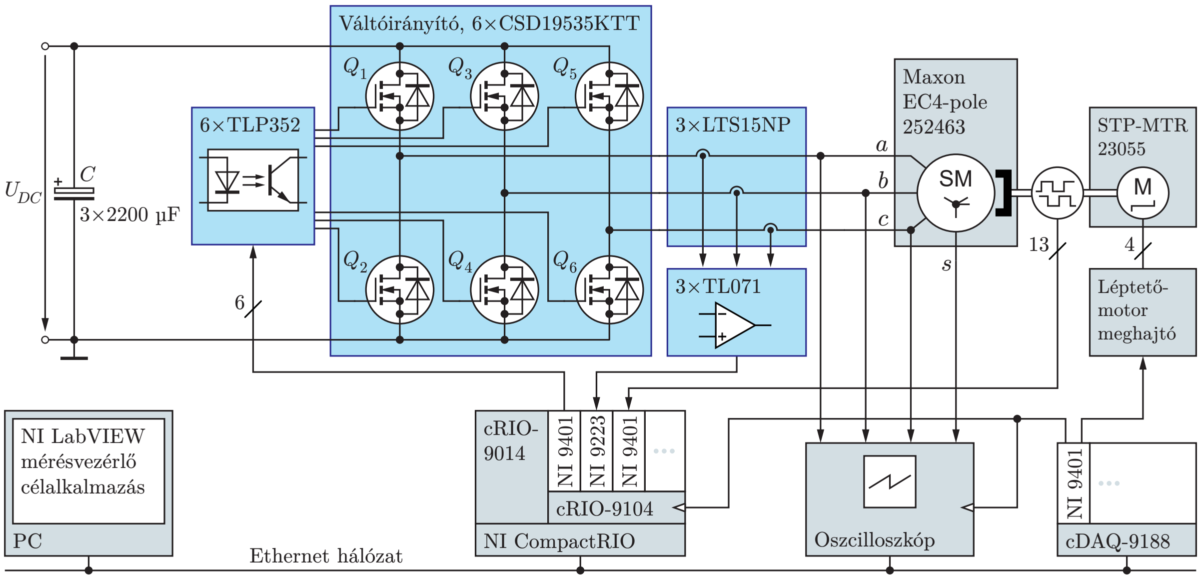
A csillagpont kivezetés nélküli motoron elvégezhető mérésekkel az *abc*-beli modellparamétereknek csak bizonyos lineáris kombinációi határozhatók meg. A háromfázisú modell összes paraméterének meghatározása érdekében a tesztmotorok a csillagpontját kivezettem. Ez lehetővé tette a fázisfeszültségek és -áramok egymástól független vezérlését és mérését. A csillagpont a motor talpnyáklapján ki volt alakítva, a kivezetése csak a vezeték hozzáforrasztását igényelte, a tekercselést nem kellett megbontani.

2.2.1. Mérésautomatizáció

Az ismeretlen induktivitások és telítődési együtthatók (a Hesse-mátrixok elemei) a forgórész szöghelyzetének függvényében változnak, és valódi térbeli harmonikus tartalmuk csak mérési úton határozható meg. Ehhez számos különböző forgórész szöghelyzet mellett meg kell ismételni a mérésüket. A mérőrendszert emiatt úgy terveztem meg, hogy képes legyen automatikusan változtatni a tesztmotor forgórészének szöghelyzetét egy 200 lépéses léptetőmotor segítségével, 0,9° felbontással, ami a két póluspáros tesztmotorjaink esetén 1,8° villamos szögbeli felbontásnak felel meg. A léptetőmotor által okozott szöghelyzethiba helyesbítésére a gyárilag felszerelt forgójeladót használtam.



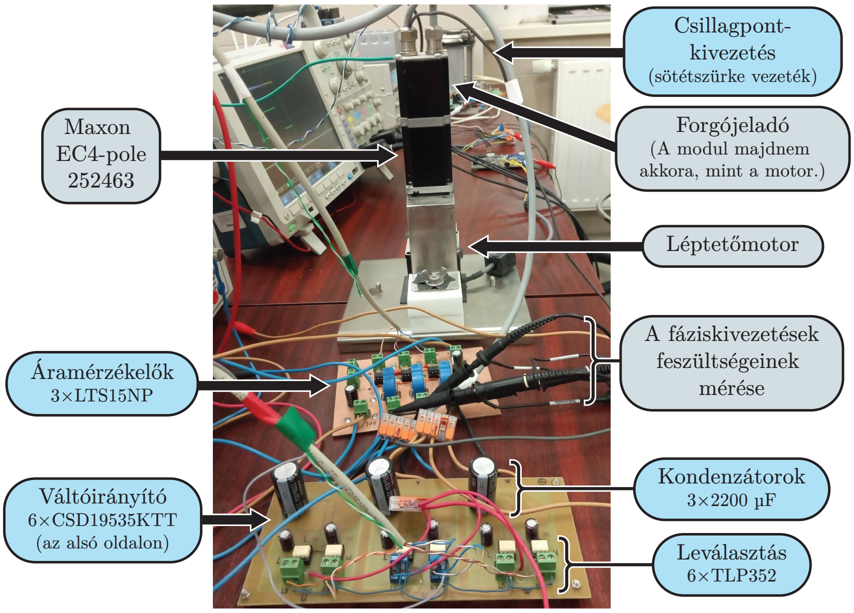
2.2. ábra. A kísérleti ÁMSZM hajtás és a köré épített mérőkörnyezet.



2.3. ábra. A kísérleti ÁMSZM hajtás és a mérőkörnyezet kapcsolási rajza.

A mérőkörnyezet és a kísérleti hajtás fényképe a 2.2. ábrán, kapcsolási rajza pedig a 2.3. ábrán látható. Az egyedi tervezésű és saját gyártású alkatrészek közé tartozik a háromfázisú váltóirányító, az optikai leválasztó és az árammérő áramkörök. Az egyedi alkatrészeket a 2.2. és 2.4. ábrákon kék címkék, a 2.3. ábrán kék blokkok jelölik. Az ábrákon az áramköri elemek típusait is feltüntettem. A 2.2. ábrán az oszcilloszkóp képernyőjén a motor kivezetéseinek feszültség jelei, a számítógép monitorán az FPGA-ról letöltött áram jelek láthatók.

A hajtás irányítórendszerét egy National Instruments CompactRIO-val valósítottam meg. Az alacsony szintű feladatokat, a MOSFET-ek vezérlőjeleinek előállítását, a fázisáramok mintavételezését, a forgójeladó jeleinek feldolgozását és az adatgyűjtést a cRIO-9104-es FPGA modulon futó célalkalmazás végzi. Az FPGA a mért áram- és szög-



2.4. ábra. A saját tervezésű ÁMSZM hajtás fényképe.

helyzet értékeket a cRIO-9014 valósidejű vezérlő FIFO memóriájában tárolja, amely a mért adatokat a LabVIEW-alapú mérésirányító célalkalmazásomnak továbbítja.

A mérőkörnyezet kialakítása során úgy döntöttem, hogy a lehető legjobb paraméter identifikációs eredmények elérése érdekében a fázisfeszültségeket is mérem. A feszültségmérést egy Tektronix MSO 4054B oszcilloszkóppal valósítottam meg, amely közvetlenül a fáziskivezetések feszültségeit és a csillagpont feszültségét mérte. Digitális kimenetként egy CompactDAQ cDAQ-9188-at használtam a léptetőmotor meghajtó vezérlésére, valamint a befecskendezés és az oszcilloszkópos mérés indítójelének előállítására. A felhasznált idősor-alapú paraméter identifikációs módszer szinkronizált feszültség- és áramadatokat igényelt, ezért nagyon fontos volt az FPGA és az oszcilloszkóp működésének összehangolása. Az FPGA és az oszcilloszkóp külső indítása (triggerelése) kiküszöbölte a változó késleltetést, amit a műszerek összekapcsolására használt Ethernet-hálózat okozott volna a mérésindításban. Az oszcilloszkóp használata lehetővé tette, hogy a feszültségmérést nagyobb mintavételi frekvencián végezzem a kapcsolási tranziensek pontosabb rögzítése érdekében. A mérések feldolgozása során a feszültség jeleket újramintáztam, hogy igazodjanak az áram jelek mintavételi idejéhez.

Mérésfeldolgozás

A mérések feldolgozására Mathworks MATLAB környezetben célalkalmazást fejlesztettem. A mérések feldolgozása magába foglalta a mérőkörnyezet által rögzített csatornák fizikai mennyiségekké alakítását, a következő szakaszokban ismertetett paraméter identifikációs eljárások futtatását, különböző származtatott mennyiségek számítását és a feldolgozás különböző szakaszában lévő adatok megjelenítését. A szűkebb értelemben vett mérésfeldolgozás mellett a célalkalmazást a mérések metaadatainak kezelésére is alkalmassá tettem.

2.3. Paraméter identifikáció csillagpont kivezetéses mérésekkel

Az állóhelyzetben érvényes *abc*-beli (1.63) feszültségegyenletben az ismeretlen modellparaméterek a fázisáramok, a deriváltjaik, és a négyzetes taghoz tartozó áram-áramderivált szorzatok lineáris kombinációinak együtthatóiként szerepelnek. Ez a felépítés lehetővé teszi a modellparaméterek identifikációját egy- és kétfázisos gerjesztés során rögzített fázisfeszültségek és -áramok idősorai alapján a lineáris legkisebb négyzetek módszerének alkalmazásával. A következő szakaszokban a feszültségegyenlet és a paraméter identifikációs módszer egy- és kétfázisos méréseknél használt változatait mutatom be.

2.3.1. Mérés és paraméter identifikáció egy fázis gerjesztésével

Az egy fázist gerjesztő mérések során csak az egyik fáziskivezetést és a csillagpontot csatlakoztattam a váltóirányító két félhídjához. A 2.5. ábra ismerteti az a fázishoz tartozó egyfázisos mérési elrendezést. Ebben az elrendezésben a b és c fázisokban nem folyik áram. A háromfázisos (1.63) egyenletből az a fázishoz tartozó egyfázisos gerjesztésre érvényes fázisfeszültség-egyenletek levezethetők az $i_b = i_c = 0\,\mathrm{A}$ behelyettesítésekkel.

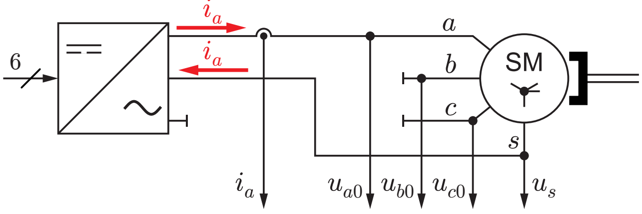
$$u_a = u_{a0} - u_s = R_a i_a + L_{aa}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{aaa}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_a^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.1}$$

$$u_b = u_{b0} - u_s = L_{ba}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{baa}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_a^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.2}$$

$$u_c = u_{c0} - u_s = L_{ca}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{caa}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_a^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.3}$$

Az u_a, u_b és u_c fázisfeszültségek az u_{a0}, u_{b0} és u_{c0} fáziskivezetés-feszültségek és a csillagpont u_s feszültsége közötti különbségekkel egyenlők. A gerjesztett a fázis (2.1) feszültségegyenletének jobb oldalán szerepel az ellenálláson eső feszültség és a fázis tekercsfluxusának deriváltja, amely, mivel a másik két fázisban nem folyik áram, csak egy lineáris és egy négyzetes tagot szolgáltat. A lineáris tag együtthatója az a fázis L_{aa} öninduktivitása, a négyzetes tag együtthatója a Γ_{aaa} telítődési együttható.

(2.2) és (2.3) a gerjesztett és a nem gerjesztett fázisok közötti kölcsönhatásokat írja le. A nem gerjesztett fázisok egyenleteiben ohmos feszültségesés nincs. A jobboldalaikon az a fázisból érkező tekercsfluxus deriváltja, azaz az i_a változása által indukált feszültség



2.5. ábra. Az a fázis gerjesztéséhez tartozó egyfázisos mérési elrendezés, ahol g=a, p=b, n=c, és i_b=i_c=0 A, az s csillagpont kivezetés felhasználásával megvalósítva.

szerepel, amiben megint csak lineáris és négyzetes tagokat láthatunk. A lineáris tagok együtthatói az L_{ba} és L_{ca} kölcsönös induktivitások, a négyzetes tagok együtthatói pedig a Γ_{baa} és Γ_{caa} telítődési együtthatók.

Ha felírjuk az egyfázisos mérések feszültségegyenleteit mindhárom fázis gerjesztésére, akkor az előálló kilenc egyenletben az összes induktivitás megjelenik, a Hesse-mátrix 27 eleméből azonban csak a 3 főátlóbeli és további 6 lapátlóbeli elem szerepel. E probléma megoldása érdekében volt szükség a két fázist gerjesztő méréseket elvégezésére is.

Az egy és két fázist gerejsztő mérésekhez tartozó, ismétlődő egyenletek egyszerűbb jelölésére egy általánosított fázisindexelést használtam, ahol g a gerjesztett vagy referenciafázist, p a villamos szögben $+120°$-ra lévő fázist, n pedig a $-120°$-ra lévő fázist jelöli (lásd 2.2. táblázat).

2.2. táblázat. Az általánosított fázis indexelés jelöléseinek értelmezése.

g Gerjesztett	p $+120°$ (villamos)	n $-120°$ (villamos)
a	b	c
b	c	a
c	a	b

Az a, b és c fázist gerjesztő egyfázisos mérésekhez tartozó feszültségegyenleteket az

$$u_g = R_g i_g + L_{gg}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_g}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{ggg}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_g^2}{\mathrm{d}t}\,, \tag{2.4}$$

$$u_p = L_{pg}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_g}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{pgg}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_g^2}{\mathrm{d}t} \quad \text{és} \tag{2.5}$$

$$u_n = L_{ng}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_g}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{ngg}(\vartheta)\,\frac{\mathrm{d}i_g^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.6}$$

általános alakokban lehet felírni, ahol g értéke a, b vagy c lesz, p és n pedig a 2.2. táblázat szerint a g-nek megfelelő értéket veszi fel.

A paraméter identifikációt a fázisfeszültségek és a gerjesztőáram mintavételezésével előállított $\underline{u}_g$ és $\underline{i}_g$ idősor vektorok felhasználásával végeztem el. A jelek mintavételezése és az idősor vektorok összeállítása az

$$u_{g,k} = u_g(kT_S)\,, \quad \underline{u}_g = \left[u_{g,1} \cdots u_{g,N}\right]^T \tag{2.7}$$

$$i_{g,k} = i_g(kT_S)\,, \quad \underline{i}_g = \left[i_{g,1} \cdots i_{g,N}\right]^T \tag{2.8}$$

$$u_{p,k} = u_p(kT_S)\,, \quad \underline{u}_p = \left[u_{p,1} \cdots u_{p,N}\right]^T \tag{2.9}$$

$$u_{n,k} = u_n(kT_S)\,, \quad \underline{u}_n = \left[u_{n,1} \cdots u_{n,N}\right]^T \tag{2.10}$$

szabályok szerint történt.

A feszültségegyenletekben szerepel a gerjesztő áram deriváltja és a gerjesztő áram négyzetének deriváltja is. Előbbit d-vel, utóbbit q-val jelöltem. Számításukat a belső pontokban a

$$d_{g,k} = \frac{i_{g,k+1} - i_{g,k-1}}{2T_S}, \quad \underline{d}_g = \left[d_{g,1} \cdots d_{g,N}\right]^T \quad \text{és} \tag{2.11}$$

$$q_{g,k} = \frac{i^2_{g,k+1} - i^2_{g,k-1}}{2T_S}, \quad \underline{q}_g = \left[q_{g,1} \cdots q_{g,N}\right]^T \tag{2.12}$$

centrális numerikus differenciálási képletekkel végeztem, a végpontokban pedig progresszív, illetve retrográd numerikus deriváltakat használtam, hogy az idősorok hossza ne változzon meg. A diszkretizálási összefüggésekben $k \in \{1 \cdots N\}$ jelöli a minta indexét (a diszkrét időt), T_S jelöli a mintavételi időt, és N jelöli a minták darabszámát.

A feszültségegyenleteket ezután átalakítottam az idősor vektorok felhasználásával az

$$\underline{u}_g = R_g \underline{i}_g + L_{gg}(\vartheta)\,\underline{d}_g + \frac{1}{2}\Gamma_{ggg}(\vartheta)\,\underline{q}_g, \tag{2.13}$$

$$\underline{u}_p = L_{pg}(\vartheta)\,\underline{d}_g + \frac{1}{2}\Gamma_{pgg}(\vartheta)\,\underline{q}_g \quad \text{és} \tag{2.14}$$

$$\underline{u}_n = L_{gg}(\vartheta)\,\underline{d}_g + \frac{1}{2}\Gamma_{ngg}(\vartheta)\,\underline{q}_g \tag{2.15}$$

diszkrét idejű, vektoriális alakokra, amelyek együttesen egy többszörös lineáris regressziós modellt alkotnak. Ebben a válaszváltozók a feszültségek, a regresszorok pedig a gerjesztő áram, az áram deriváltja és az áram négyzetének deriváltja. Mindegyik egyenlet jobb oldalán a regresszor vektorok lineáris kombinációi szerepelnek, amelyekben az együtthatók éppen a keresett modellparaméterek.

A (2.13)–(2.15) többszörös lineáris regressziós modellek egyben $\underline{y} = \underline{\underline{X}}\,\underline{\beta}$ alakú túlhatározott lineáris egyenletrendszerek. Megoldásukra a közönséges legkisebb négyzetek módszerét használtam fel. Ehhez a (2.13)–(2.15) egyenleteket átrendeztem az

$$\underline{y}_g = \underline{u}_g = \begin{bmatrix}\underline{i}_g & \underline{d}_g & \frac{1}{2}\underline{q}_g\end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_g \\ L_{gg}(\vartheta) \\ \Gamma_{ggg}(\vartheta)\end{bmatrix} = \underline{\underline{X}}_g \underline{\beta}_g, \tag{2.16}$$

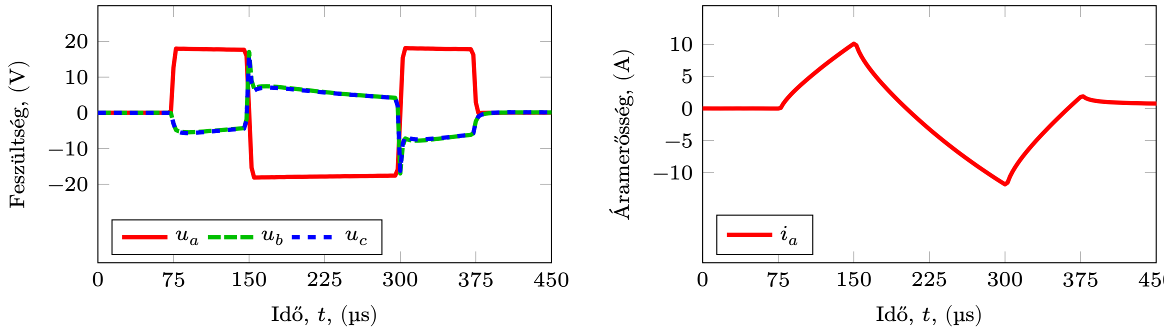
$$\underline{y}_p = \underline{u}_p = \begin{bmatrix}\underline{d}_g & \frac{1}{2}\underline{q}_g\end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{pg}(\vartheta) \\ \Gamma_{pgg}(\vartheta)\end{bmatrix} = \underline{\underline{X}}_p \underline{\beta}_p \quad \text{és} \tag{2.17}$$

$$\underline{y}_n = \underline{u}_n = \begin{bmatrix}\underline{d}_g & \frac{1}{2}\underline{q}_g\end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{ng}(\vartheta) \\ \Gamma_{ngg}(\vartheta)\end{bmatrix} = \underline{\underline{X}}_n \underline{\beta}_n \tag{2.18}$$

mátrix alakokra. A legkisebb négyzetek módszere a $\underline{\beta}_g$, $\underline{\beta}_p$ és $\underline{\beta}_n$ paraméter vektorokra szolgáltat megoldást. Egy elemi egyfázisos mérés által szolgáltatott feszültség- és áramjelek alapján 7, míg megismételve a mérést mindhárom fázison 3×7 paraméter, egészen pontosan 3 fázisellenállás, 3 öninduktivitás, 6 kölcsönös induktivitás és 9 telítődési együttható számítható ki az adott szöghelyzethez.

Az egyfázisos mérés vizsgálójele és válaszjelei

A mérésvezérlő szoftver egy elemi mérés során egy páros négyszög feszültség jel egy periódusát fecskendezte be az éppen soron következő fázisba. Válaszjel a gerjesztett fázis árama, és a két nem gerjesztett fázisban indukált feszültség. A mintavételezés negyed periódussal a befecskendezés előtt megkezdődött, és a befecskendezés után tovább folytatódott, ahogy az a 2.6. ábrán látható. Az ábra bal oldalán a fázisfeszültségek, a jobboldalán a gerjesztett fázis árama látható.



2.6. ábra. Az a fázis egyfázisos, felfutó éllel kezdődő gerjesztése során, $\vartheta = 0°$ villamos szöghelyzetben rögzített feszültség és áram jelek.

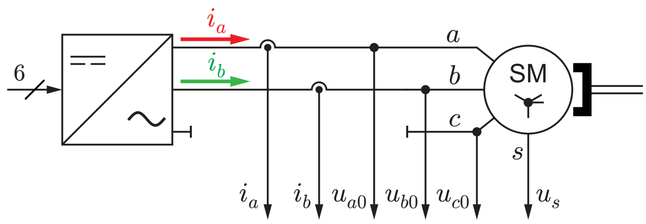
2.3.2. Mérés és paraméter identifikáció két fázis gerjesztésével

A kétfázisos mérések során az általánosított indexelés szerinti g és p fázisokat gerjesztettem, mégpedig sorosan kapcsolva a két fázist, ahogy az a 2.7. ábrán látható a g=a esetben. A háromfázisos (1.63) egyenletből az a—b fázisokhoz tartozó kétfázisos gerjesztésre érvényes (2.19)–(2.21) fázisfeszültség-egyenletek az $i_c = 0\,\mathrm{A}$ behelyettesítéssel vezethetők le.

$$u_a = R_a i_a + L_{aa}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + L_{ab}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_b}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{aaa}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a^2}{\mathrm{d}t} + \Gamma_{aab}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a i_b}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{abb}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_b^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.19}$$

$$u_b = R_b i_b + L_{ba}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + L_{bb}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_b}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{baa}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a^2}{\mathrm{d}t} + \Gamma_{bab}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a i_b}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{bbb}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_b^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.20}$$

$$u_c = L_{ca}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + L_{cb}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_b}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{caa}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a^2}{\mathrm{d}t} + \Gamma_{cab}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_a i_b}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{cbb}(\vartheta)\frac{\mathrm{d}i_b^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.21}$$



2.7. ábra. Az a és b fázis gerjesztéséhez tartozó kétfázisos mérési elrendezés, ahol g=a, p=b, n=c, $i_b = -i_a$ és $i_c = 0\,\mathrm{A}$.

A kétfázisos mérésben a két gerjesztett fázis árama éppen ellentétes előjelű, a 2.7. ábrán $i_a = -i_b$, illetve általánosítva $i_g = -i_p$. Ez alapján i_p helyettesíthető $-i_g$-vel a kétfázisos mérésekre érvényes feszültségegyenletekben, amivel a jobb oldalakon az egyfázisos egyenletekhez hasonlóan a gerjesztőáram, az áram deriváltja, valamint az áram négyzetének deriváltja marad mint változó, és ezek együtthatói az induktivitások, illetve a telítődési együtthatók különböző lineáris kombinációi lesznek.

A (2.19)–(2.21) fázisfeszültség-egyenletek általánosításával a g, p és n fázis feszültségegyenletének összevont együtthatói az alábbiak lesznek:

$$\Sigma L_g(\vartheta) = L_{gg}(\vartheta) - L_{gp}(\vartheta) \quad \text{és} \quad \Sigma\Gamma_g(\vartheta) = \Gamma_{ggg}(\vartheta) - 2\Gamma_{ggp}(\vartheta) + \Gamma_{gpp}(\vartheta)\,, \tag{2.22}$$

$$\Sigma L_p(\vartheta) = L_{pg}(\vartheta) - L_{pp}(\vartheta) \quad \text{és} \quad \Sigma\Gamma_p(\vartheta) = \Gamma_{pgg}(\vartheta) - 2\Gamma_{pgp}(\vartheta) + \Gamma_{ppp}(\vartheta)\,, \tag{2.23}$$

$$\Sigma L_n(\vartheta) = L_{ng}(\vartheta) - L_{np}(\vartheta) \quad \text{és} \quad \Sigma\Gamma_n(\vartheta) = \Gamma_{ngg}(\vartheta) - 2\Gamma_{ngp}(\vartheta) + \Gamma_{npp}(\vartheta)\,. \tag{2.24}$$

A feszültségegyenletek az általánosított indexelés, az összevont együtthatók, és az idősor vektorok alkalmazásával felírva az

$$\underline{u}_g = R_g \underline{i}_g + \Sigma L_g(\vartheta)\, \underline{d}_g + \frac{1}{2}\Sigma\Gamma_g(\vartheta)\, \underline{q}_g, \tag{2.25}$$

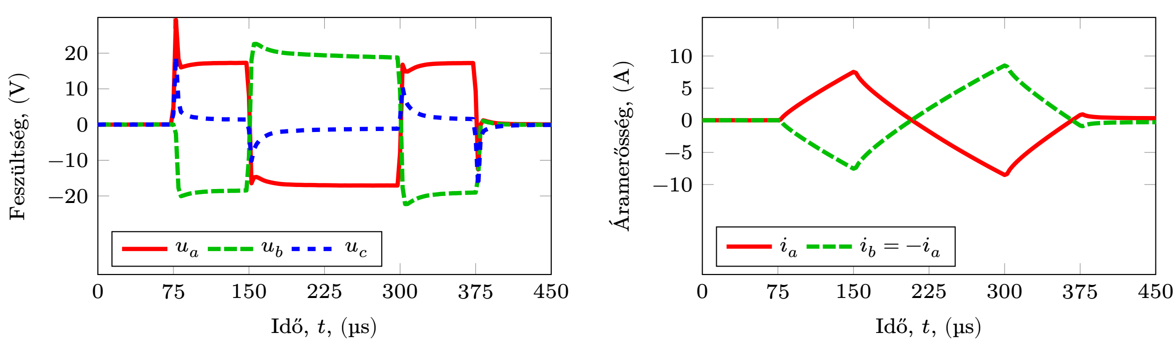
$$\underline{u}_p = R_p \underline{i}_p + \Sigma L_p(\vartheta)\, \underline{d}_g + \frac{1}{2}\Sigma\Gamma_p(\vartheta)\, \underline{q}_g \quad \text{és} \tag{2.26}$$

$$\underline{u}_n = \Sigma L_n(\vartheta)\, \underline{d}_g + \frac{1}{2}\Sigma\Gamma_n(\vartheta)\, \underline{q}_g. \tag{2.27}$$

alakokat veszik fel. Az egy adott szöghelyzetben elvégezhető három kétfázisos mérés által szolgáltatott adat alapján az abc-beli összevont Hesse-mátrix Γ_{ggp}, Γ_{pgp} and Γ_{ngp} elemeit határoztam meg.

A kétfázisos mérés vizsgálójele és válaszjelei

A vizsgálójel egy páros négyszög feszültség jel egy periódusa volt, a soron következő fázispárba fecskendezve. A mintavételezés negyed periódussal a befecskendezés előtt megkezdődött, és a befecskendezés után tovább folytatódott (2.8. ábra).



2.8. ábra. Az a—b fázisok kétfázisos, felfutó éllel kezdődő gerjesztése során, $\vartheta = 0°$ villamos szöghelyzetben rögzített feszültség- és áramjelek.

2.4. A paraméter identifikációs eredmények ismertetése

A váltóirányító tápfeszültségét az egyfázisos méréseknél 18 V-ra, a kétfázisos méréseknél 36 V-ra állítottam, így a fázisáramok csúcsértékei nagyságrendileg azonosak voltak. Mindkét méréstípus esetén egy mérési pontot három független változó határozott meg: a gerjesztett g fázis, a kezdő impulzus előjele, és a forgórész szöghelyzete.

A mérés elején a mérésvezérlő szoftver a tesztmotor forgórészét a $\vartheta = 0°$ szöghelyzetbe léptette, majd az egyes befecskendezések előtt továbbléptette a soron következő mérési ponthoz tartozó szöghelyzetbe.

A befecskendezett páros négyszög feszültségjelet a váltóirányító 75 µs, azaz negyed periódus hosszúságú várakozás után három kapcsolási szakaszban hozta létre:

- 75 µs hosszúságú befecskendezés a mérési ponthoz tartozó fázis irányában, a mérési ponthoz tartozó előjellel,
- $2 \cdot 75\,\mu s = 150\,\mu s$ hosszúságú befecskendezés ellentétes előjellel,
- 75 µs hosszúságú befecskendezés ismét a mérési ponthoz tartozó előjellel.

Az egyfázisos, illetve a kétfázisos mérések során egy-egy mérési pontban rögzített jelekre, a befecskendezett feszültségjelekre és a kialakuló indukált feszültségekre és fázisáramokra a 2.6. és a 2.8. ábrák szolgáltatnak példákat. $4 \cdot 75\,\mu s = 300\,\mu s$ hosszúságú, körülbelül 3,3 kHz alapharmonikusú befecskendezés esetén a fázisáramok csúcsértékei ±10-12 A körül voltak, ami az indítóáram 20-25 %-ának felel meg. A forgórész mechanikai időállandóját 3 ms-nak becsültem.

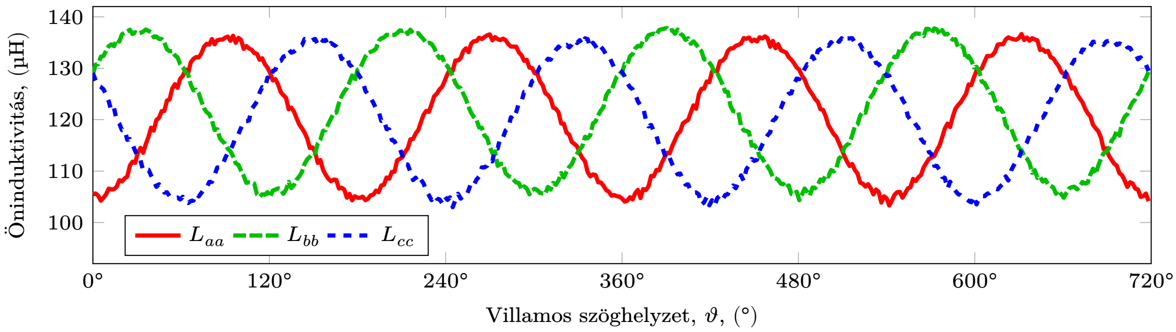
Az áramválasz mindegyik mérési elrendezésben közel szimmetrikus volt, és így a vizsgálójel által okozott eredő perdületváltozás, azaz a forgatónyomaték idő szerinti integrálja elhanyagolhatóan kicsi maradt. Ennek és a nagy frekvenciának köszönhetően a vizsgálójel a forgórészt érdemben nem mozdította el egyik mérési pontban sem. A legnagyobb kitérés, amit az összes elvégzett mérés során megfigyeltem, a 13 bites enkóderen egy bithatárt lépett át, azaz legfeljebb 0,0879° nagyságú volt.

A méréseket 400 szöghelyzetben, 1,8° villamos szögbeli felbontással végeztem el, minden szöghelyzetben mindhárom fázis irányában, valamint mind felfutó, mind lefutó éllel kezdve. Ez összesen 2400 mérési pontot eredményezett mind az egyfázisos, mind a kétfázisos mérések esetén.

2.4.1. Az induktivitások identifikált értékei

Önindutkivitások

Az identifikált öninduktivitás értékek a 2.9. ábrán láthatók. A középértékük pozitív, és a szögfüggésüket tekintve villamos szögben a második térbeli harmonikusuk a meghatározó. Ennek megfelelően a (2.28)–(2.30) idealizált szögfüggvényeket illesztettem a mérési adataikhoz. A középértékük $L_{sl} + L_{so}$, ahol L_{sl} jelöli a szórt induktivitást és L_{so} jelöli a mágnesező induktivitást. A második térbeli harmonikus amplitúdója L_x.



2.9. ábra. Az identifikált L_{gg} öninduktivitás értékek $3 \cdot 400$ egyfázisos mérés alapján.

A térbeli fáziseltolódás a görbék között 120°, ami megfelel a tekercselés háromfázisú kialakításának.

$$L_{aa}(\vartheta) = L_{sl} + L_{so} - L_x \cos(2\vartheta) \tag{2.28}$$

$$L_{bb}(\vartheta) = L_{sl} + L_{so} - L_x \cos(2\vartheta + 120°) \tag{2.29}$$

$$L_{cc}(\vartheta) = L_{sl} + L_{so} - L_x \cos(2\vartheta + 240°) \tag{2.30}$$

Az öninduktivitások értéke azokban a forgórész szöghelyzetekben a legkisebb, ahol az egyik pólus ($+d$ vagy $-d$ tengely) a fázis középvonalával egy vonalban van, és ott a legnagyobb, ahol a $+q$ vagy $-q$ tengely esik egy vonalba a fázissal. Ez összhangban van az 1.2–1.4. ábrákkal.

Kölcsönös induktivitások

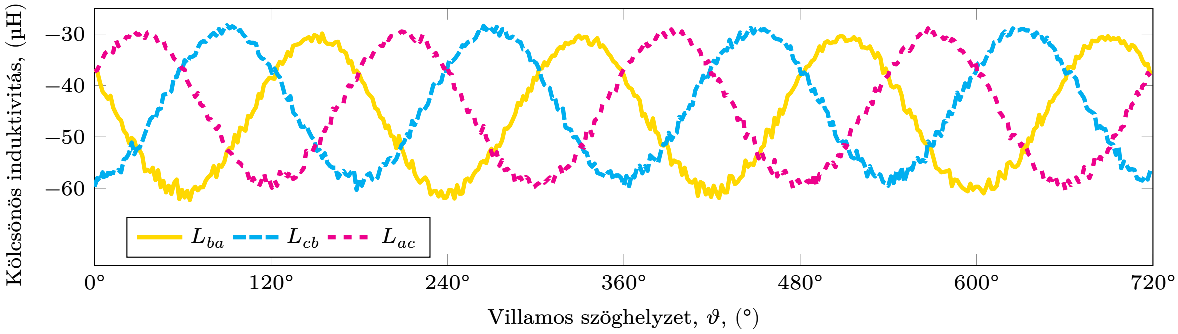
Az identifikált kölcsönös induktivitás értékek a 2.10. és 2.11. ábrákon láthatók. Hasonlóan az öninduktivitásokhoz, a kölcsönös induktivitások középértéke sem nulla, hanem ezúttal egy negatív érték, valamint ezeknél is a második térbeli harmonikus a szögfüggésük meghatározó összetevője. Ennek megfelelően a (2.31)–(2.33) idealizált szögfüggvényeket illesztettem a mérési adataikhoz.

$$L_{ab}(\vartheta) = L_{ba}(\vartheta) = -\frac{1}{2}L_{so} - L_x \cos(2\vartheta + 240°) \tag{2.31}$$

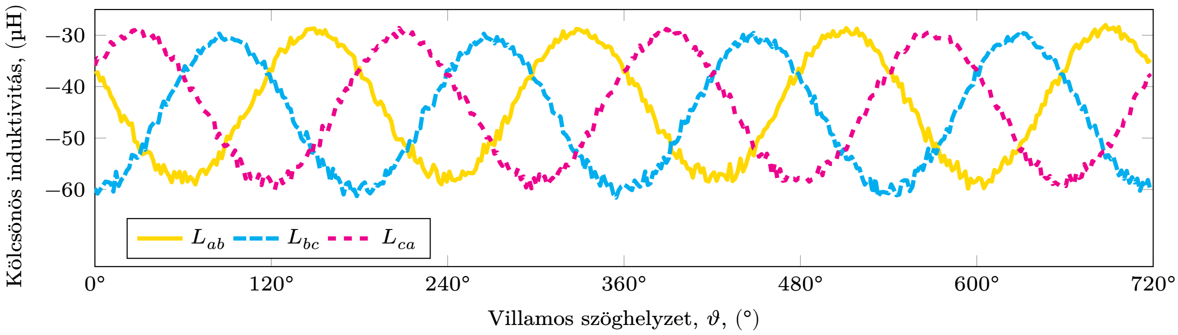
$$L_{bc}(\vartheta) = L_{cb}(\vartheta) = -\frac{1}{2}L_{so} - L_x \cos(2\vartheta) \tag{2.32}$$

$$L_{ca}(\vartheta) = L_{ac}(\vartheta) = -\frac{1}{2}L_{so} - L_x \cos(2\vartheta + 120°) \tag{2.33}$$

Az induktivitásmátrix idealizált alakja szimmetrikus, és a kölcsönös induktivitások páronként egyenlők. A középértékük a mágnesezési induktivitás felének -1-szerese, a második harmonikusaik amplitúdója pedig L_x. A kölcsönös induktivitások között a térbeli fáziseltolódás 120°.



2.10. ábra. A $3 \cdot 400$ egyfázisos mérésből identifikált L_{pg} kölcsönös induktivitások.



2.11. ábra. A $3 \cdot 400$ egyfázisos mérésből identifikált L_{ng} kölcsönös induktivitások.

A legjobban illeszkedő induktivitás paraméterek

A kilenc induktivitás adatsor egészéhez legjobban illeszkedő L_{so}, L_{sl} és L_x paraméterek a 2.3. táblázatban szerepelnek.

2.3. táblázat. Az *abc* induktivitásokhoz legjobban illeszkedő induktivitás paraméterek.

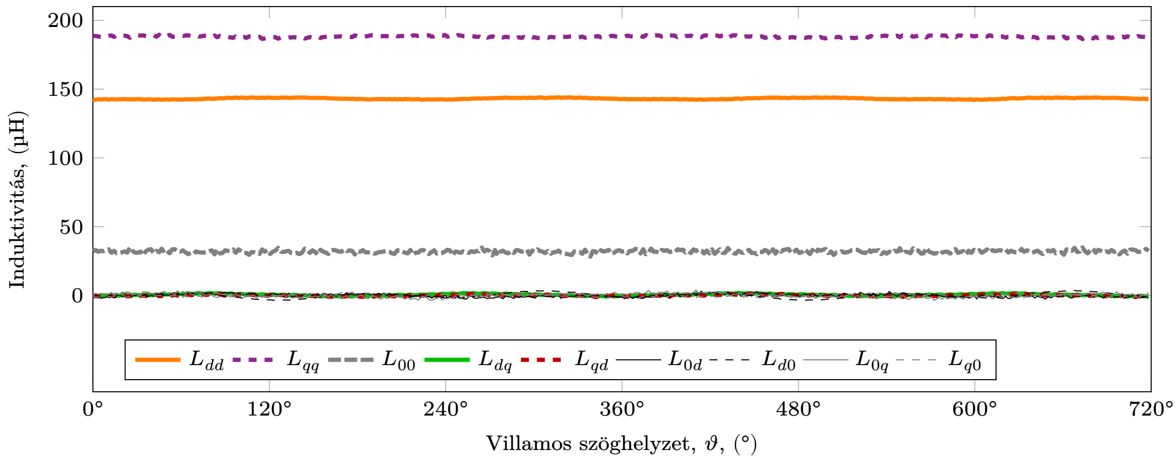
Elnevezés	**Jelölés**	**Érték**
Mágnesező induktivitás	L_{so}	89,17 µH
Szórt induktivitás	L_{sl}	31,88 µH
Induktivitás amplitúdó	L_x	15,02 µH

2.4.2. Az induktivitásmátrix Park-átalakítása

Az induktivitásmátrix Park-átalakítása (1.67) alapján az

$$\underline{\underline{L}}_{dq0} = \underline{\underline{T}}(\vartheta)\, \underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)\, \underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) \tag{2.34}$$

összefüggés szerint végezhető el. Ez az azonban már az idealizált modellhez tartozik, amelyben $\underline{\underline{L}}_{dq0}$ független a forgórész szöghelyzetétől. Köszönhetően a mérések nagy szöghelyzetbeli felbontásának, $\underline{\underline{L}}_{dq0}$ állandóságát ellenőrizni tudtam, elvégezve a (2.34) szerinti átalakítást a 2.9–2.11 ábrákon szereplő adathalmazon mind a 400 szöghelyzetben. Az átalakítás eredményét, azaz $\underline{\underline{L}}_{dq0}$ elemeinek valódi, nem idealizált értékeit a szöghelyzet függvényében, a 2.12. ábra ismerteti.



2.12. ábra. A $dq0$ öninduktivitások és kölcsönös induktivitások nemidealizált értékei $3 \cdot 400$ egyfázisos mérés alapján.

A 2.12. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy $dq0$-beli induktivitások szöghelyzet-független értékként történő modellezése és a $dq0$-beli kölcsönös induktivitások elhanyagolása, azaz az 1.6. A térbeli harmonikus tartalom rögzítése szakaszban felírt

$$\underline{\underline{L}}_{dq0} = \begin{bmatrix} L_{dd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{qq} & 0 \\ 0 & 0 & L_{00} \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

idealizált induktivitásmátrix a tesztmotorok esetén kifejezetten jól közelíti a valóságot. Az öninduktivitások állandó és a kölcsönös induktivitások nulla értéktől mérhető eltérése kicsi. A valódi L_{dd} és L_{qq} körülbelül 1 µH amplitúdójú második térbeli harmonikussal rendelkezik. Az L_{00} ingadozása még kisebb, és szabálytalan, mérési zajnak tekinthető. A kölcsönös induktivitások, nevezetesen L_{dq}, L_{qd}, L_{d0}, L_{0d}, L_{q0} és L_{0q} értékei -3 µH és $+3$ µH közötti, nullához közeli értékek, és a két nagyobb értékű öninduktivitáshoz hasonlóan a második térbeli harmonikusuk a legjelentősebb. Az idealizált modelltől való eltérés a fázistekercselések közötti kis különbségeknek tulajdonítható.

A legjobban illeszkedő induktivitás értékek

A $dq0$-beli öninduktivitások idealizált értékei

$$L_{dd} = L_{sl} + \frac{3}{2}\left(L_{so} - L_x\right) = 143{,}11\,\mu\text{H}, \tag{2.36}$$

$$L_{qq} = L_{sl} + \frac{3}{2}\left(L_{so} + L_x\right) = 188{,}16\,\mu\text{H} \quad \text{és} \tag{2.37}$$

$$L_{00} = L_{sl} = 31{,}88\,\mu\text{H}. \tag{2.38}$$

Az L_{dd} és L_{qq} közötti különbséget az abc-beli második harmonikusok L_x amplitúdója határozza meg, L_{00} pedig a szórt induktivitással egyenlő.

2.4.3. A telítődési együtthatók identifikált értékei

Az egy- és kétfázisos mérések együttesen elegendő adatot szolgáltattak a abc-beli $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)$ Hesse-mátrix összes elemének identifikációjához mind a 400 mérési szöghelyzetben. A paraméter identifikáció eredményei a 2.13–2.18 ábrákon láthatók. A telítődési együtthatókon és a belőlük felépülő összevont Hesse-mátrixokon ugyanazokat az elvi lépéseket hajtottam végre, mint az induktivitásokon és az induktivitásmátrixokon. Az abc-beli telítődési együtthatók adatsoraira olyan idealizált szögfüggvényeket illesztettem, amelyek Park-átalakítás után a $\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}$ Hesse-mátrixban állandó elemeket eredményeznek. Elvégeztem a Park-átalakítást mind az idealizált szögfüggvényeken, mind a mért adatokon és összehasonlítottam az így kapott két $dq0$-beli eredményt.

Az idealizált képletek itt ismertetett végleges alakjaihoz egy iteratív kísérletezési folyamat eredményeként jutottam. A mintát az induktivitások szolgáltatták, ahol állandó $dq0$-beli értékek abc-ben a megfelelő térbeli harmonikusokat állítják elő. A telítődési együtthatóknál azonban a kutatás kezdetén bizonytalan volt mind a $dq0$-beli állandóság, mind az abc-beli harmonikus tartalom. A mérési eredményeim kiértékelése során úgy döntöttem, hogy a $dq0$-beli telítődési együtthatókat állandónak tekinthetem az idealizált modellben, sőt, a 27 elem közül a többség értéke 0 lehet. (1.79) szerint ha a $dq0$-beli Hesse-mátrix elemei állandók, akkor abc-ben a telítődési együtthatóknak lehet középértéke, valamint alap-, második és harmadik térbeli harmonikusa. A mérési eredmények alapján úgy döntöttem, hogy abc-ben csak a térbeli alapharmonikusokat veszem figyelembe, mert a telítődési együtthatók görbéiből számított jelteljesítmény 85-90 %-át ezek adják. Ezek a szűkítések még szabadon hagyták abc-ben az elemek amplitúdóit és térbeli fáziseltolódásait, valamint $dq0$-ban a nem nulla elemek értékeit.

A Hesse-mátrix főátlóbeli elemei

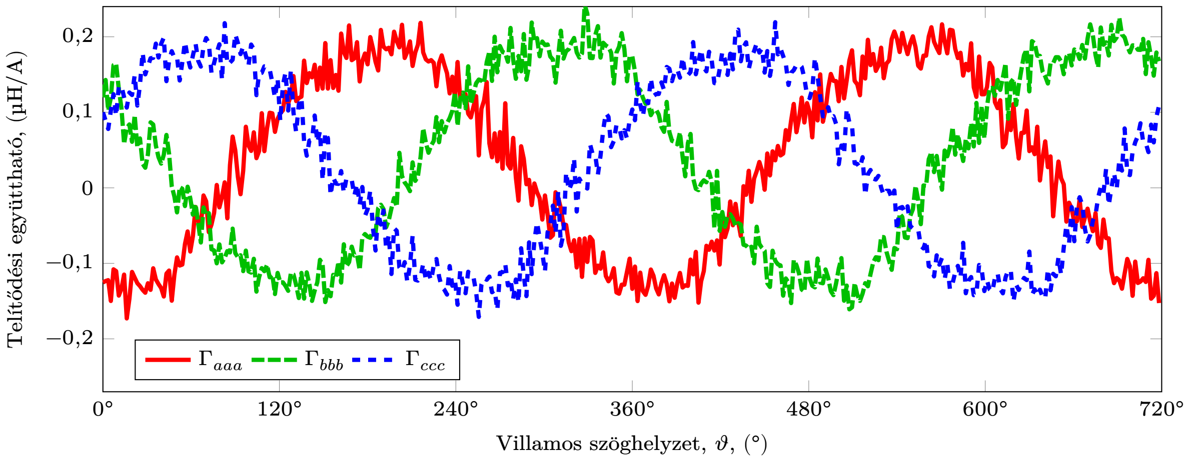
A főátlóbeli Γ_{aaa}, Γ_{bbb} és Γ_{ccc} telítődési együtthatók amplitúdójának jelölésére bevezettem egy új modellparamétert, Γ_0-t, aminek a polaritásfüggő telítődési együttható nevet adtam. Γ_{aaa}, Γ_{bbb} és Γ_{ccc} mérési eredményei a 2.13. ábrán láthatók. A főátlóbeli elemek középértéke megközelítőleg nulla, és villamos szögben a térbeli alapharmonikusuk a meghatározó. Az alapharmonikusok fáziseltolódásai olyanok, hogy az adott fázishoz tartozó együttható értéke ott a legkisebb, ahol az egyik északi pólus ($+d$ tengely), és ott a legnagyobb, ahol az egyik déli pólus ($-d$ tengely) esik egybe a fázistekercs középvonalával. A nullátmenetek a $+q$ és a $-q$ tengelyeknél találhatók. Ez a térbeli elrendeződés összhangban van 1.2–1.4. ábrákon ismertetett feltételezéssel.

Az abc összevont Hesse-mátrix főátlóbeli elemeinek idealizált szögfüggvényei

$$\Gamma_{aaa}(\vartheta) = -\Gamma_0 \cos(\vartheta)\,, \tag{2.39}$$

$$\Gamma_{bbb}(\vartheta) = -\Gamma_0 \cos(\vartheta - 120°) \quad \text{és} \tag{2.40}$$

$$\Gamma_{ccc}(\vartheta) = -\Gamma_0 \cos(\vartheta - 240°)\,. \tag{2.41}$$



2.13. ábra. Az identifikált Γ_{ggg} telítődési együttható értékek (a Hesse-mátrix főátlóbeli elemei) $3 \cdot 400$ egyfázisos mérés alapján.

A főátlóbeli telítődési együtthatók azt határozzák meg, hogy az adott fázis áramának négyzete mekkora tekercsfluxust hoz létre a fázisban. A tekercselés felépítése és a mérési eredmények alapján a térbeli fáziseltolódásokat 120° egész számú többszörösére kerekítettem az idealizált szögfüggvényekben. Az idealizált szögfüggvényekben azért szerepel negatív előjel, hogy a Γ_0 értéke pozitív legyen.

A Hesse-mátrix lapátlóbeli elemei

A 2.14. és 2.15. ábrákon láthatók az *abc*-beli összevont Hesse-mátrix azon lapátlóbeli elemeinek identifikált értékei, amelyeknél a második és harmadik index azonos, de az első index eltérő. A főátlóbeli elemekhez hasonlóan ezek is nulla középértékkel rendelkeznek, és villamos szögben a térbeli alapharmonikusuk a meghatározó.

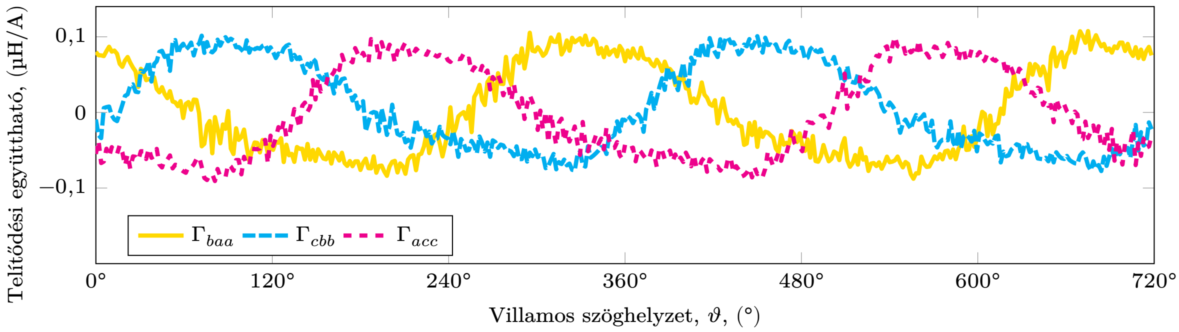
Az *abc*-beli összevont Hesse-mátrix lapátlóbeli elemeihez a (2.42)–(2.44) idealizált szögfüggvényeket társítottam. A lapátlóbeli telítődési együtthatók azt jellemzik, hogy a fázisáramok négyzetei hogyan befolyásolják a másik két fázisban kialakuló tekercsfluxust. Ahhoz, hogy a $dq0$ rendszerben állandó telítődési együtthatókat kapjak, a térbeli alapharmonikusok amplitúdóit $\Gamma_0/\sqrt{3}$ értékűnek választottam.

$$\Gamma_{baa}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta - 150°) \quad \text{és} \quad \Gamma_{caa}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta + 150°) \tag{2.42}$$

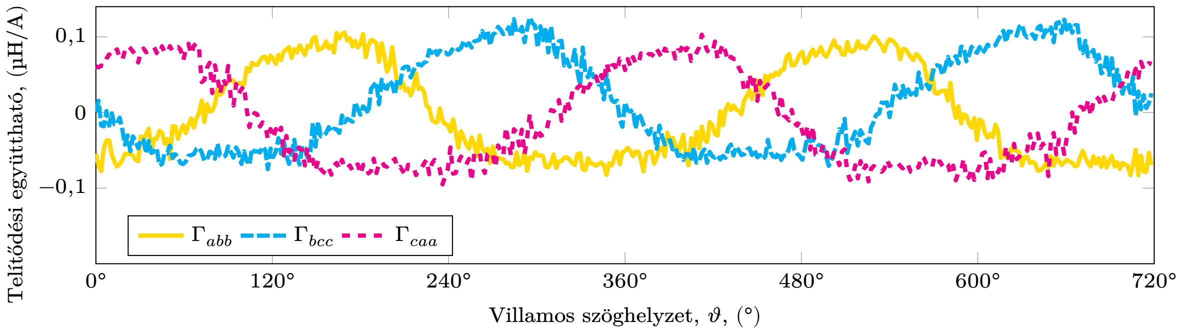
$$\Gamma_{cbb}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta + 90°) \quad \text{és} \quad \Gamma_{abb}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta + 30°) \tag{2.43}$$

$$\Gamma_{acc}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta - 30°) \quad \text{és} \quad \Gamma_{bcc}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}}\cos(\vartheta - 90°) \tag{2.44}$$

A tekercselés felépítése és a mérési eredmények alapján a térbeli fáziseltolódásokat 30° egész számú többszöröseire kerekítettem az idealizált szögfüggvényekben.



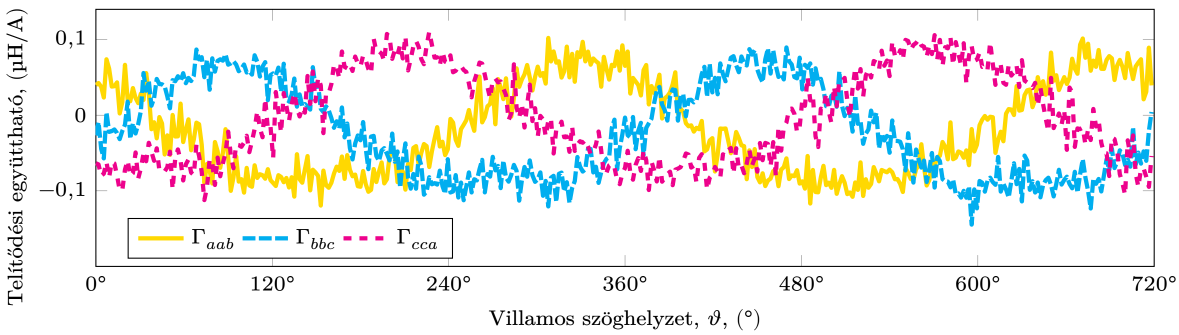
2.14. ábra. Az identifikált Γ_{pgg} telítődési együttható értékek (a Hesse-mátrix lapátlóbeli elemei) $3 \cdot 400$ egyfázisos mérés alapján.



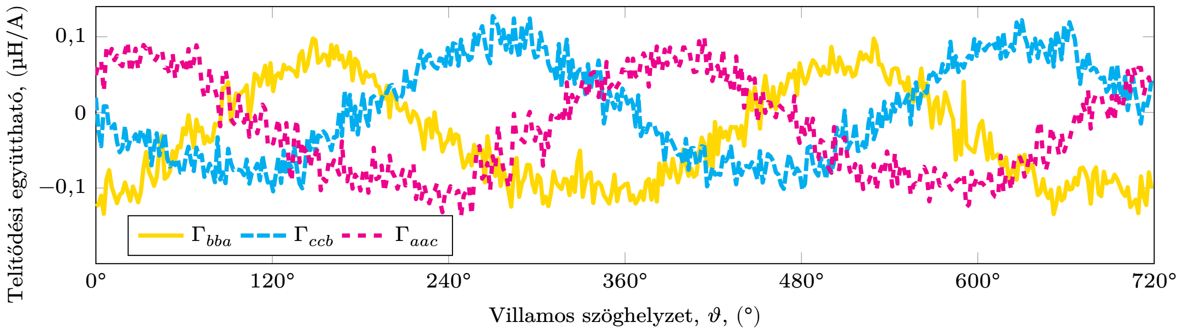
2.15. ábra. Az identifikált Γ_{ngg} telítődési együttható értékek (a Hesse-mátrix lapátlóbeli elemei) $3 \cdot 400$ egyfázisos mérés alapján.

A Hesse-mátrix átlón kívüli elemei

A 2.16. és 2.17. ábrákon láthatók az *abc*-beli összevont Hesse-mátrix azon nem átlóbeli elemeinek identifikált értékei, amelyeknél az első és második index azonos. A mérési eredmények alapján úgy döntöttem, hogy ezeknek az elemeknek az idealizált szögfüggvényeiben is csak a térbeli alapharmonikust veszem figyelembe, bár itt az alapharmonikus a jelteljesítménynek csak 80-85 %-át adja. A lapátlóbeli elemekhez hasonlóan a térbeli alapharmonikusok amplitúdóit $\Gamma_0/\sqrt{3}$ értékűnek választottam.



2.16. ábra. Az identifikált $\Gamma_{ggp} = \Gamma_{gpg}$ telítődési együttható értékek (átlón kívüli, szimmetrikus elemek a Hesse-mátrixban) $3 \cdot 400$ kétfázisos mérés alapján.



2.17. ábra. Az identifikált $\Gamma_{ppg} = \Gamma_{pgp}$ telítődési együttható értékek (átlón kívüli, szimmetrikus elemek a Hesse-mátrixban) $3 \cdot 400$ kétfázisos mérés alapján.

Ez a hat mért görbe a Hesse-mátrix szimmetriái miatt 12 elemet határoz meg. Az idealizált (2.45)–(2.50) szögfüggvényekben a térbeli fáziseltolódásokat 30° többszöröseire kerekítettem.

$$\Gamma_{aab}(\vartheta) = \Gamma_{aba}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}} \cos(\vartheta - 150°) \tag{2.45}$$

$$\Gamma_{bbc}(\vartheta) = \Gamma_{bcb}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}} \cos(\vartheta + 90°) \tag{2.46}$$

$$\Gamma_{cca}(\vartheta) = \Gamma_{cac}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}} \cos(\vartheta - 30°) \tag{2.47}$$

$$\Gamma_{bba}(\vartheta) = \Gamma_{bab}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}} \cos(\vartheta + 30°) \tag{2.48}$$

$$\Gamma_{ccb}(\vartheta) = \Gamma_{cbc}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}} \cos(\vartheta - 90°) \tag{2.49}$$

$$\Gamma_{aac}(\vartheta) = \Gamma_{aca}(\vartheta) = -\frac{\Gamma_0}{\sqrt{3}} \cos(\vartheta + 150°) \tag{2.50}$$

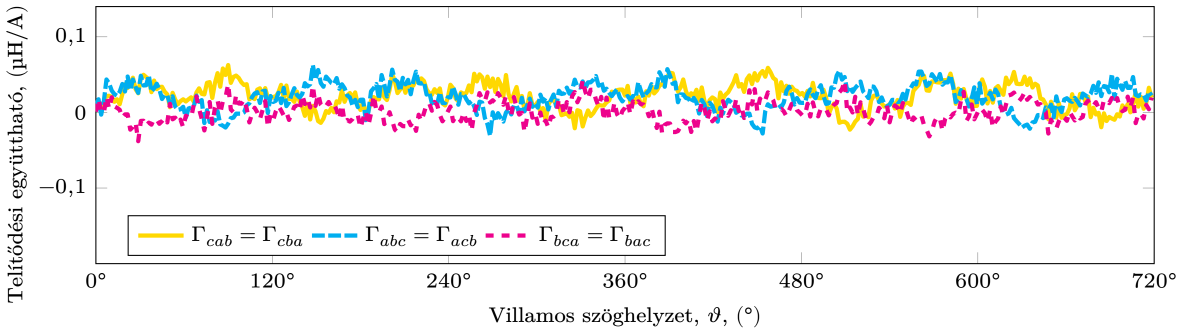
A Hesse-mátrix átlón kívüli, elhanyagolható elemei

A 2.18. ábrán láthatók az *abc*-beli Hesse-mátrix még hiányzó elemeihez tartozó adatsorok görbéi, amelyek három különböző indexszel rendelkeznek. A három adatsor a Hesse-mátrixok szimmetriái miatt $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}$ hat elemét határozza meg.

Az átlón kívüli telítődési együtthatók lényegesen kisebb értékűek, mint a Hesse-mátrix többi eleme, és nincs egyértelmű szöghelyzet-függésük. Emiatt, és azért, hogy a *dq*0-rendszerben állandó elemeket kapjak, hozzájuk 0 H/A idealizált értéket rendeltem.

$$\Gamma_{cab} = \Gamma_{abc} = \Gamma_{bca} = \Gamma_{cba} = \Gamma_{acb} = \Gamma_{bac} = 0\,\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{A}} \tag{2.51}$$

A 2.18. ábrát, illetve a rajta megjelenített adatot megvizsgálva kicsi amplitúdójú, szabálytalan fázisú, és elég zajos harmadik térbeli harmonikusokat fedezhetünk fel a görbéken, de ezeket az idealizált modellben nem vettem figyelembe.



2.18. ábra. Az identifikált $\Gamma_{ngp} = \Gamma_{npg}$ telítődési együttható értékek (átlón kívüli, szimmetrikus elemek a Hesse-mátrixban) $3 \cdot 400$ kétfázisos mérés alapján.

A polaritásfüggő telítődési együttható

A $\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}$ összevont Hesse-mátrix főátlóbeli Γ_{aaa}, Γ_{bbb} és Γ_{ccc} elemei alapján a legjobb illeszkedést biztosító polaritásfüggő telítődési együttható érték

$$\Gamma_0 = 0{,}162\,\frac{\mu\text{H}}{\text{A}}. \tag{2.52}$$

A Hesse-mátrix többi, nem elhanyagolt elemének térbeli alapharmonikusához $\Gamma_0/\sqrt{3}$ nagyságú amplitúdót rendeltem, mert mint azt a következő szakaszban látni fogjuk, ez szükséges ahhoz, hogy $dq0$-ban állandó telítődési együtthatókat kapjunk, és emellett a mért adatsorokhoz is elfogadhatóan jól illeszkedik ez az érték. A főátlóbeli és a nem főátlóbeli idealizált amplitúdók aránya tehát $\sqrt{3} \approx 1{,}732$, míg a mérési adatokon alapuló átlagos arány 1,986 volt.

A választott elnevezés kapcsán szükséges megemlítenem, hogy a „polaritásfüggő” jelzőt miért használtam. Az egyik ok, amit a mérési eredmények is alátámasztanak, az az, hogy a négyzetes tag együtthatóihoz térbeli alapharmonikusok tartoznak, azaz polaritásfüggők az áramok négyzetei és szorzatai által keltett tekercsfluxus-összetevők. A másik ok az, hogy a négyzetes tag és a hozzá kötődő Γ_0 nem írja le a teljes telítődési jelenséget. A q-irányú mágnesezési görbe páratlan függvény, aminek a görbülete pozitív és negatív áram esetén ellentétes, modellezéséhez emiatt a tekercsfluxus-áram függvény harmad- vagy magasabb fokú Taylor-polinomjára lenne szükség.

A paraméterek szabálytalan szögfüggésének okai

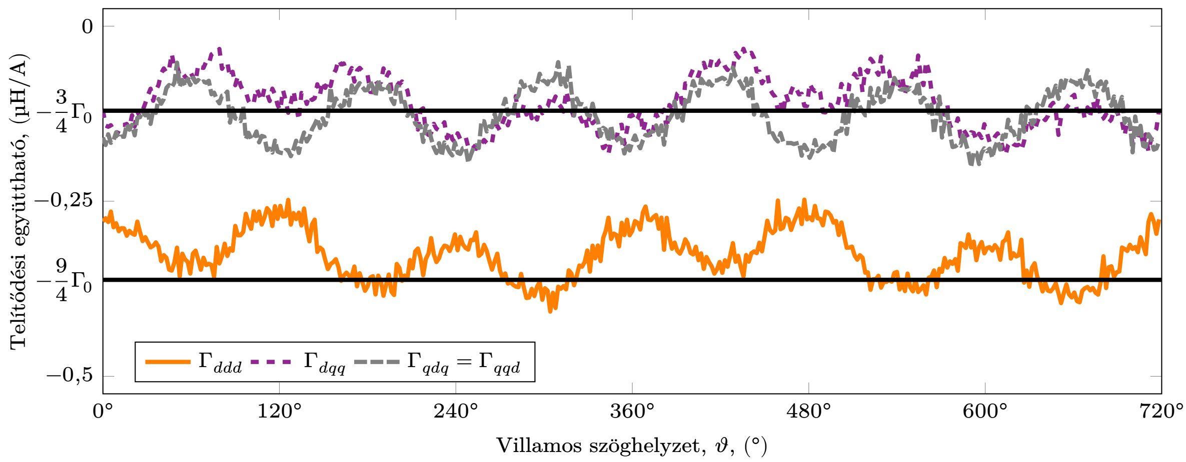
Az induktivitások és a telítődési együtthatók idealizált értékeiktől és szimmetrikus párjaiktól való eltérése a gép két sajátosságával magyarázható: egyrészt a fázistekercselések térbeli elosztása nem tökéletesen szinuszos, másrészt pedig a három fázistekercselés nem tökéletesen azonos. Előbbinek tulajdoníthatók szabályos térbeli felharmonikusok az abc-beli mennyiségekben, utóbbinak pedig a kisebb szabálytalanságok, amik $dq0$-ban az állandó értékektől való eltérésekben jelentkeznek.

2.4.4. Az összevont Hesse-mátrix Park-átalakítása

A modell kidolgozásának következő és egyben a másodfokú modellkiterjesztés legfontosabb lépése a telítődési együtthatók mért értékeinek és idealizált szögfüggvényeinek Park-átalakítása volt. A Park-átalakítást az (1.71) alapján felírt

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0} = \left(\underline{\underline{I}}_3 \otimes \underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta)\right)\left(\underline{\underline{T}}(\vartheta) \otimes \underline{\underline{I}}_3\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)\, \underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) \tag{2.53}$$

összefüggés szerint végeztem el. Az *abc*-beli adatsorok átalakítása után azt állapítottam meg, hogy a *dq*0-beli Hesse-mátrixban négy elem lesz nullától különböző, mégpedig Γ_{ddd}, Γ_{dqq} és a szimmetrikus párt alkotó $\Gamma_{qdq} = \Gamma_{qqd}$. Ezek értékei láthatók a 2.19. ábrán.



2.19. ábra. A *dq*0 Hesse-mátrix jelentőséggel bíró elemeinek számított értéke $3 \cdot 400$ egyfázisos és $3 \cdot 400$ kétfázisos mérés alapján, valamint az idealizált (2.54) modellben hozzájuk társított értékek.

Az idealizált (2.39)–(2.51) szögfüggvényekből felépített *abc*-beli idealizált Hesse-mátrixon elvégezve Park-átalakítást a

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0} = \begin{bmatrix} -\frac{9}{4}\Gamma_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4}\Gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4}\Gamma_0 & 0 \\ -\frac{3}{4}\Gamma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.54}$$

*dq*0-beli idealizált Hesse-mátrixot kapjuk. Elemei a szöghelyzettől független állandók, és a nem nulla elemeket a polaritásfüggő telítődési együttható számszorosaként kapjuk.

A nullától különböző telítődési együtthatók idealizált értékei

$$\Gamma_{ddd} = -\frac{9}{4}\Gamma_0 = -0{,}369\,\frac{\mu\mathrm{H}}{\mathrm{A}} \quad \text{és} \tag{2.55}$$

$$\Gamma_{dqq} = \Gamma_{qdq} = \Gamma_{qqd} = -\frac{3}{4}\Gamma_0 = -0{,}123\,\frac{\mu\mathrm{H}}{\mathrm{A}}. \tag{2.56}$$

A 2.19. ábrán a telítődési együtthatók idealizált értékeit is feltüntettem. Az idealizált értékek megfelelően jól illeszkednek a valós görbék középértékeihez, de ez utóbbiakban viszonylag szabályos harmadik térbeli harmonikusokat láthatunk. A modellezés során végül, látva a következő szakaszban ismertetett szinuszos mérések eredményeit is, úgy döntöttem, hogy ezt a harmadik harmonikus tartalmat nem veszem figyelembe az idealizált modellben.

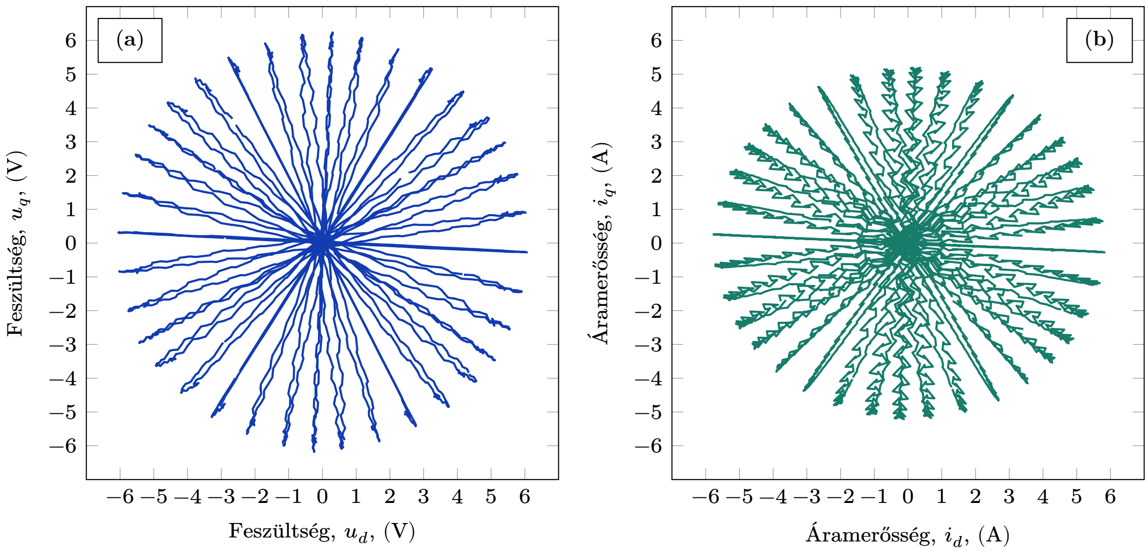
2.5. Paraméter identifikáció csillagpont kivezetés nélkül

A csillagpont kivezetéses mérésekkel gyűjtött adat alapján megállapítható a $dq0$-beli (2.54) összevont Hesse-mátrix egyik nagyon fontos tulajdonsága, miszerint a zérusrendű összetevőhöz tartozó összes telítődési együttható értéke nullának tekinthető. Ez azt jelenti, hogy a $dq0$-beli Hesse-mátrix és a Γ_0 polaritásfüggő telítődési együttható értéke csillagpont kivezetés nélküli mérésekkel is meghatározható.

A kiépített mérőkörnyezetet ezúttal ÁMSZM hajtásként alkalmazva modulált szinuszos lüktető feszültség-befecskendezésen alapuló méréseket végeztem, hogy megfelelő adatokat gyűjtsek az induktivitások és a telítődési együtthatók legkisebb négyzetek módszerén alapuló becsléséhez. A fáziskivezetések feszültségeit és a fázisáramokat mértem közvetlenül. Az α–β és d–q feszültség- és áramjeleket Clarke- és Park-átalakítások segítségével számítottam ki. Az egyes mérések alatt a forgórész állóhelyzetben volt, de a mérések között a szöghelyzetet a mérőkörnyezet részét képező léptetőmotoros hajtással változtattam.

Az impulzusszélesség-moduláció frekvenciája 40 kHz volt. Az árammérés mintavételi frekvenciája 240 kHz volt, és az FPGA vezérlő szoftverének alacsony szintű rétegét úgy alakítottam ki, hogy a moduláció és az árammérés szinkronizáltan történjen: minden modulációs periódus alatt 6 árammérés történik mindhárom fázison. A feszültségmérést nem a CompactRIO, hanem egy oszcilloszkóp végezte, azért, hogy a mintavételi frekvencia jóval nagyobb, 10 MHz lehessen, ami az impulzusszélesség-moduláció által előidézett kapcsolási jelenségek megfelelően nagy felbontású mérése miatt volt szükséges. Később, a mérésfeldolgozás során a feszültségjelek mintaszámát lecsökkentettem, hogy igazodjon a mintavételi idő az áramjelekéhez.

A mérések során a befecskendezett feszültségjel frekvenciája 1 kHz volt (később az eredmények megerősítése érdekében 2 kHz-en is elvégeztem a méréseket). Mindkét esetben 6,2 V-nak választottam az amplitúdót. Az egyes mérések között a forgórész szöghelyzetét a mérésvezérlő szoftver automatikusan változtatta a vizsgált tesztmotor for-



2.20. ábra. A modulált szinuszos befecskendezés során, $\vartheta = 1{,}36°$ villamos szöghelyzetben rögzített feszültség és áram jelek a d–q-rendszerben ábrázolva. (**a**) Feszültségjelek. (**b**) Áramjelek.

górészét a hozzákapcsolt léptetőmotorral léptetve. A teljes automatizált méréssorozat lefedte 200 szöghelyzet (3,6° felbontás villamos szögben) és 18 befecskendezési szög (10° felbontás villamos szögben) összes lehetséges kombinációját.

A 2.20. ábrán szűrés után, a d–q síkon ábrázolva láthatók feszültség- és áramjelek, amelyek $\vartheta = 1{,}36°$ villamos szöghelyzet mellett lettek rögzítve 18 különböző befecskendezési szögnél 0°-tól kezdve 170°-ig léptetve 10°-onként. Minden jel 240 mintát tartalmaz. A méréssorozatot 200 különböző szöghelyzetben végeztem el.

Az adatgyűjtés hossza minden egyes mérésnél 10 ms volt, 2400 mintát eredményezve minden mért csatornán, illetve 1 kHz befecskendezési frekvencia mellett 10 periódus hosszúságú adatsorokat szolgáltatva. A 10 periódusnyi adatot a feldolgozó szoftverben később átlagoltam, 240 minta hosszúságú adatsorokat kapva, amikből végül a legkisebb négyzetek módszere szerint a modellparamétereket identifikáltam.

2.5.1. Paraméter identifikáció a forgórészhez kötött rendszerben

Ha csillagpont nem hozzáférhető, akkor az abc-beli, illetve $dq0$-ban a zérusrendű paramétereket nem tudjuk meghatározni. Mivel azonban $dq0$-beli Hesse-mátrix zérusrendű elemei mind nullák, a szórt induktivitás pedig nincs hatással a gép hajtásbeli üzemére, nem is feltétlenül szükséges ezeket meghatározni. Emiatt a csillagpont kivezetés nélküli mérésen alapuló paraméter identifikációt nem az állórészhez kötött háromfázisú, hanem a forgórészhez kötött kétfázisú d–q rendszerben végeztem.

Állóhelyzetben a d–q feszültségegyenlet az

$$\underline{u}_{dq} = R\underline{i}_{dq} + \underline{\underline{L}}_{dq}\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{dq}}{\mathrm{d}t} + \left(\underline{\underline{I}}_2 \otimes \underline{i}_{dq}^T\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq}\frac{\mathrm{d}\underline{i}_{dq}}{\mathrm{d}t}\,. \tag{2.57}$$

alakot veszi fel.

A mátrixműveletek elvégzése, és a vektorértékű egyenlet d- és q-irányú részre bontása után az

$$u_d = Ri_d + L_{dd}\,\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} + L_{dq}\,\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{ddd}\,\frac{\mathrm{d}i_d^2}{\mathrm{d}t} + \Gamma_{ddq}\,\frac{\mathrm{d}i_d i_q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{dqq}\,\frac{\mathrm{d}i_q^2}{\mathrm{d}t} \quad \text{és} \tag{2.58}$$

$$u_q = Ri_q + L_{qd}\,\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} + L_{qq}\,\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{qdd}\,\frac{\mathrm{d}i_d^2}{\mathrm{d}t} + \Gamma_{qdq}\,\frac{\mathrm{d}i_d i_q}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{qqq}\,\frac{\mathrm{d}i_q^2}{\mathrm{d}t} \tag{2.59}$$

feszültségegyenletekhez jutunk. A feszültségegyenletek az ismeretlen gépparaméterek szempontjából lineárisak, és többszörös lineáris regressziós modellekké alakíthatók. A válaszváltozók a feszültségek. A regresszorok az áramok, valamint az áramok, az áramnégyzetek és az $i_d i_q$ áramszorzat deriváltjai.

A paraméter identifikációhoz a feszültségegyenleteket diszkrét idejűvé alakítottam. A diszkretizálási összefüggésekben $k \in \{1 \cdots N\}$ jelöli a minta indexét (a diszkrét időt), T_S jelöli a mintavételi időt, és N jelöli a minták darabszámát. A feszültség vektorokat és az áram regresszor vektorokat az

$$u_{d,k} = u_d(kT_S)\,, \quad \underline{u}_d = \left[u_{d,1} \ldots u_{d,N}\right]^T, \quad i_{d,k} = i_d(kT_S)\,, \quad \underline{i}_d = \left[i_{d,1} \ldots i_{d,N}\right]^T, \tag{2.60}$$

$$u_{q,k} = u_q(kT_S)\,, \quad \underline{u}_q = \left[u_{q,1} \ldots u_{q,N}\right]^T \quad i_{q,k} = i_q(kT_S)\,, \quad \underline{i}_q = \left[i_{q,1} \ldots i_{q,N}\right]^T \tag{2.61}$$

összefüggések szerint állítottam össze a mintavételezett jelekből.

A d- és a q-irányú áramok deriváltjait d_d-vel és d_q-val jelöltem. Számításukat a belső pontokban a

$$d_{d,k} = \frac{i_{d,k+1} - i_{d,k-1}}{2T_S}, \quad \underline{d}_d = \left[d_{d,1} \ldots d_{d,N}\right]^T \quad \text{és} \tag{2.62}$$

$$d_{q,k} = \frac{i_{q,k+1} - i_{q,k-1}}{2T_S}, \quad \underline{d}_q = \left[d_{q,1} \ldots d_{q,N}\right]^T \tag{2.63}$$

centrális numerikus differenciálási képletekkel végeztem, a végpontokban pedig progresszív, illetve retrográd numerikus deriváltakat számoltam, hogy az idősorok hossza ne változzon meg.

A négyzetes tagokból származó regresszor vektorok felírása előtt célszerű a szóban forgó derivált jellegű kifejezéseket szorzatokká alakítani, azaz legyen

$$\frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{d}i_d^2}{\mathrm{d}t} = i_d\,\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t}\,, \quad \frac{\mathrm{d}i_d i_q}{\mathrm{d}t} = i_d\,\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} + i_q\,\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t}\,, \quad \text{és} \quad \frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{d}i_q^2}{\mathrm{d}t} = i_q\,\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t}\,. \tag{2.64}$$

A diszkrét idejű jelekből a

$$\underline{q}_d = \underline{i}_d \circ \underline{d}_d, \quad \underline{q}_{dq} = \underline{i}_d \circ \underline{d}_q + \underline{i}_q \circ \underline{d}_d, \quad \text{és} \quad \underline{q}_q = \underline{i}_q \circ \underline{d}_q \tag{2.65}$$

összefüggések szerint számíthatók a négyzetes tagok regresszor vektorai, ahol $\circ$ jelöli az oszlopvektorok elemenkénti szorzatait.

A d- és q-irányú feszültségegyenletekből a regresszor vektorokkal az

$$\underline{u}_d = R\underline{i}_d + L_{dd}\underline{d}_d + L_{dq}\underline{d}_q + \Gamma_{ddd}\underline{q}_d + \Gamma_{ddq}\underline{q}_{dq} + \Gamma_{dqq}\underline{q}_q \quad \text{és} \tag{2.66}$$

$$\underline{u}_q = R\underline{i}_q + L_{qd}\underline{d}_d + L_{qq}\underline{d}_q + \Gamma_{qdd}\underline{q}_d + \Gamma_{qdq}\underline{q}_{dq} + \Gamma_{qqq}\underline{q}_q, \tag{2.67}$$

regressziós modelleket írtam fel. (2.66) és (2.67) $\underline{y} = \underline{\underline{X}}\,\underline{\beta}$ alakú túlhatározott egyenletrendszerek. A közönséges lineáris legkisebb négyzetek módszerével történő megoldáshoz átalakítottam őket az

$$\underbrace{\underline{u}_d}_{\underline{y}_d} = \underbrace{\left[\underline{i}_d, \underline{d}_d, \underline{d}_q, \underline{q}_d, \underline{q}_{dq}, \underline{q}_q\right]}_{\underline{\underline{X}}_d} \underbrace{\begin{bmatrix} R \\ L_{dd} \\ L_{dq} \\ \Gamma_{ddd} \\ \Gamma_{ddq} \\ \Gamma_{dqq} \end{bmatrix}}_{\underline{\beta}_d} \quad \text{és} \quad \underbrace{\underline{u}_q}_{\underline{y}_q} = \underbrace{\left[\underline{i}_q, \underline{d}_d, \underline{d}_q, \underline{q}_d, \underline{q}_{dq}, \underline{q}_q\right]}_{\underline{\underline{X}}_q} \underbrace{\begin{bmatrix} R \\ L_{qd} \\ L_{qq} \\ \Gamma_{qdd} \\ \Gamma_{qdq} \\ \Gamma_{qqq} \end{bmatrix}}_{\underline{\beta}_q}. \tag{2.68}$$

mátrix alakokra. A paraméter vektorok legjobban illeszkedő értékeit a

$$\hat{\underline{\beta}}_d = \left(\underline{\underline{X}}_d^T \underline{\underline{X}}_d\right)^{-1} \underline{\underline{X}}_d^T \underline{y}_d \quad \text{és} \quad \hat{\underline{\beta}}_q = \left(\underline{\underline{X}}_q^T \underline{\underline{X}}_q\right)^{-1} \underline{\underline{X}}_q^T \underline{y}_q \tag{2.69}$$

összefüggések alapján számítottam.

2.5.2. A paraméter identifikáció eredménye 1 kilohertz frekvencián

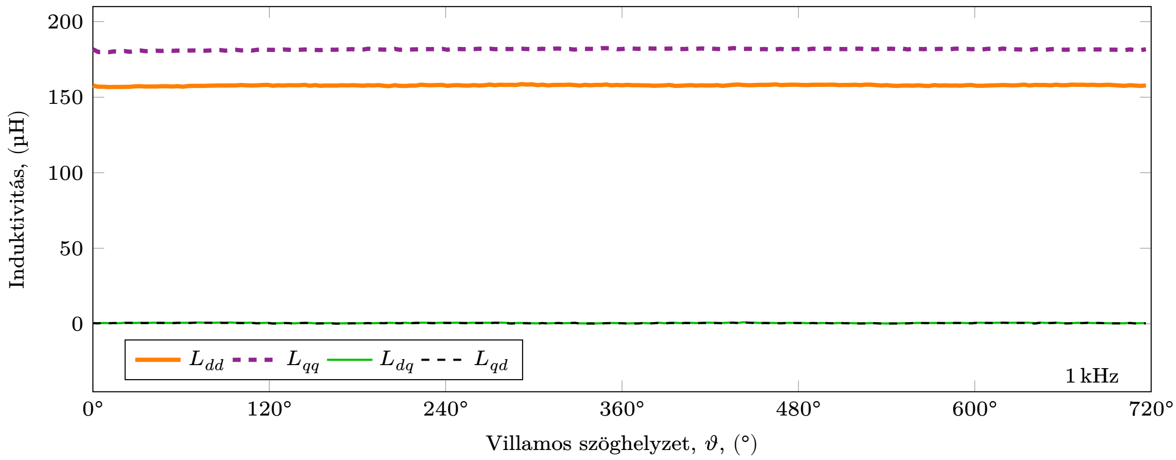
A (2.66) és (2.67) regressziós modellek megoldásához szükséges feszültség és áram vektorokat az egy adott szöghelyzetben mért összes különböző befecskendezési szöghöz tartozó jelvektor összefűzésével építettem fel. Ezután a modellparaméterek értékeit (2.69) megoldásával számítottam ki. A fázisellenállás átlagos értéke $R = 0{,}55\,\Omega$ volt.

Induktivitások

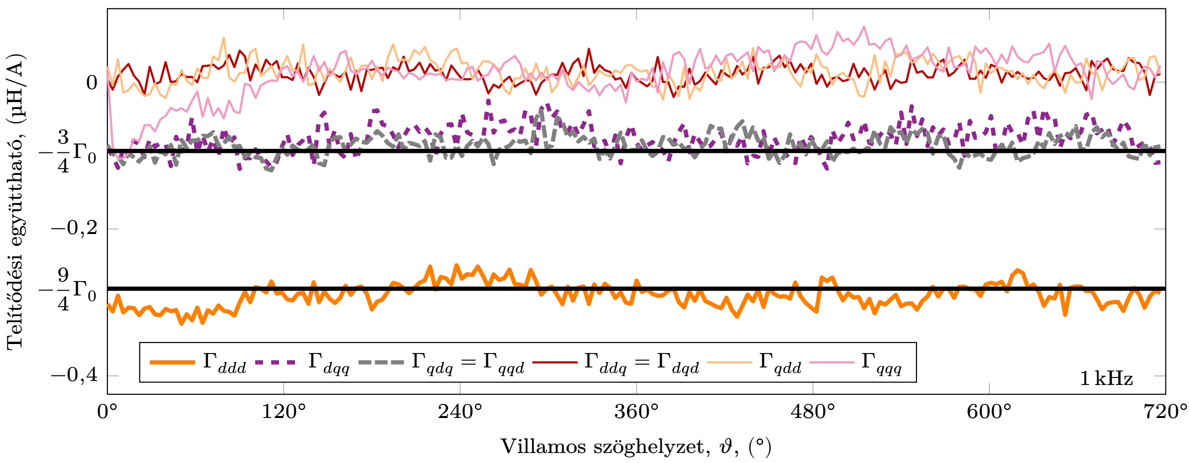
A 2.21. ábrán láthatók az identifikált induktivitás értékek. Mivel a $d{-}q$ rendszerben dolgozunk, a zérusrendű paraméterekre itt nem kapunk értékeket. Az induktivitás értékek a csillagpont kivezetéses módszernél kapott eredményekhez hasonlóan elhanyagolhatóan kicsi szöghelyzetfüggést mutatnak, a kölcsönös induktivitások értéke pedig megközelítőleg nulla. Az öninduktivitások átlagos értékei $L_{dd} = 158\,\mu\text{H}$ és $L_{qq} = 182\,\mu\text{H}$.

A Hesse-mátrix elemei

A 2.22. ábrán láthatók a $d{-}q$ telítődési együtthatók identifikált értékei a villamos szöghelyzet függvényében ábrázolva. Az eredmény egy fontos részlet kivételével megfelel a csillagpont kivezetéses mérés eredményének. A különbség, hogy a nem nulla telítődési együtthatók értékében nem látható a harmadik térbeli harmonikus.



2.21. ábra. A d–q induktivitásmátrix elemeinek identifikált értékei 1 kHz-en (200 mérési pont, villamos szögben 3,6° felbontás).



2.22. ábra. A d–q Hesse-mátrix elemeinek identifikált értékei 1 kHz-en (200 mérési pont, villamos szögben 3,6° felbontás).

Három a hat identifikált telítődési együttható közül elhanyagolhatóan kicsi a másik háromhoz képest.

$$\Gamma_{ddq} = \Gamma_{qdd} = \Gamma_{qqq} = 0\,\frac{\mu\text{H}}{\text{A}} \tag{2.70}$$

A három nem elhanyagolható telítődési együttható esetén ugyanazokat az arányokat láthatjuk, mint a csillagpont kivezetéses mérésnél: Γ_{dqq} és Γ_{qdq} gyakorlatilag egyenlő, Γ_{ddd} pedig háromszor akkora, mint a másik kettő. A polaritásfüggő telítődési együtthatóval

$$\Gamma_{ddd} = -\frac{9}{4}\Gamma_0 = -0{,}281\,\frac{\mu\text{H}}{\text{A}} \quad \text{és} \quad \Gamma_{dqq} = \Gamma_{qdq} = -\frac{3}{4}\Gamma_0 = 0{,}094\,\frac{\mu\text{H}}{\text{A}} \tag{2.71}$$

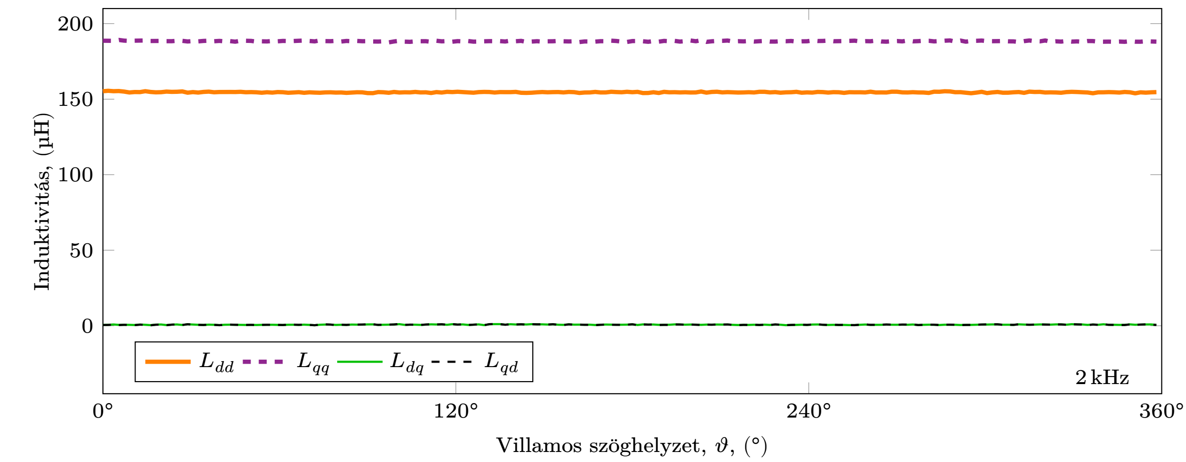
alakokban írhatjuk fel őket, ahol

$$\Gamma_0 = 0{,}125\,\frac{\mu\text{H}}{\text{A}}. \tag{2.72}$$

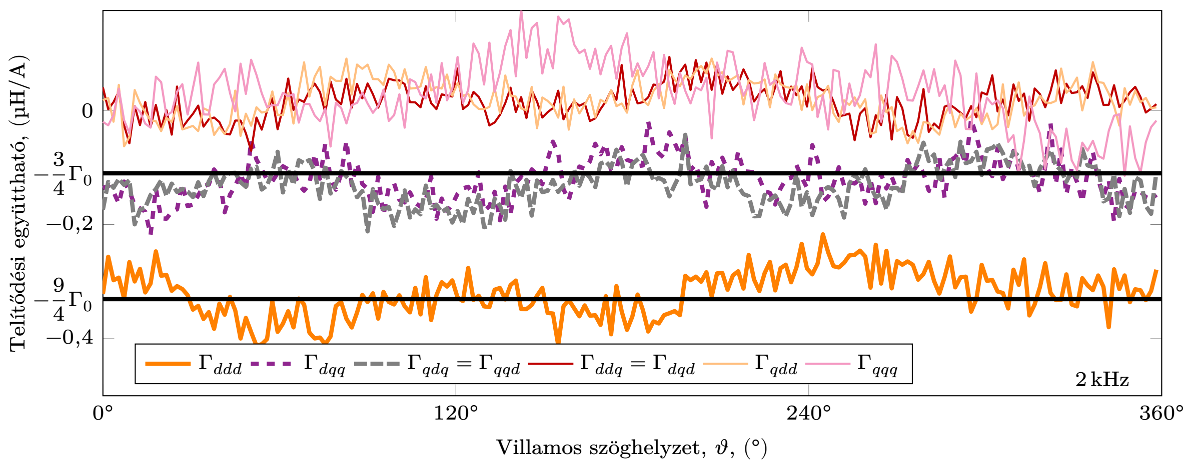
2.5.3. A paraméter identifikáció eredménye 2 kilohertz frekvencián

Látva, hogy a körülbelül 3 kHz alapharmonikusú négyszögjeles, és az 1 kHz frekvenciájú szinuszos mérés eredményei különböznek, felismertem, hogy az induktivitásokhoz hasonlóan a telítődési együtthatók értéke is frekvenciafüggő. Ezért részben az eredmények megerősítése, részben a frekvencia függés vizsgálata érdekében a szinuszos méréssorozatot megismételtem 2 kHz befecskendezési frekvenciával. A modulációs és a mintavételi frekvenciákat, valamint az adatrögzítés időtartamát nem változtattam, így a paraméter identifikáció kétszer annyi periódusnyi adattal történt.

A fázisellenállás átlagos értéke $R = 0{,}715\,\Omega$. A 2.23. ábrán láthatók a 2 kHz befecskendezési frekvenciához tartozó identifikált induktivitás értékek, a 2.24. ábrán pedig a telítődési együtthatók. Az öninduktivitások átlagos értékei $L_{dd} = 155\,\mu\text{H}$ és $L_{qq} = 188\,\mu\text{H}$. A legjobban illeszkedő polaritásfüggő telítődési együttható $\Gamma_0 = 0{,}146\,\mu\text{H/A}$.



2.23. ábra. A d–q induktivitásmátrix elemeinek identifikált értékei 2 kHz-en (200 mérési pont, villamos szögben 3,6° felbontás).



2.24. ábra. A d–q Hesse-mátrix elemeinek identifikált értékei 2 kHz-en (200 mérési pont, villamos szögben 3,6° felbontás).

2.5.4. A csillagpont kivezetés nélküli mérések összefoglalása

A csillagpont kivezetés nélküli, modulált szinuszos befecskendezéssel végzett mérések alapján megállapítottam, hogy az ÁMSZM hajtás szempontjából a csillagpont kivezetéses mérésekkel egyenértékű eredményeket kapunk. Meghatározható L_{dd}, L_{qq}, és ami a polaritásfelismerés szempontjából a legfontosabb, Γ_0 értéke, illetve belőlük felírható az induktivitásmátrix és a Hesse-mátrix d és q fázisokhoz tartozó 2×2-es és 4×2-es része,

$$\underline{\underline{L}}_{dq} = \begin{bmatrix} L_{dd} & 0 \\ 0 & L_{qq} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \underline{\underline{\Gamma}}_{dq} = \begin{bmatrix} -\frac{9}{4}\Gamma_0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4}\Gamma_0 \\ 0 & -\frac{3}{4}\Gamma_0 \\ -\frac{3}{4}\Gamma_0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{2.73}$$

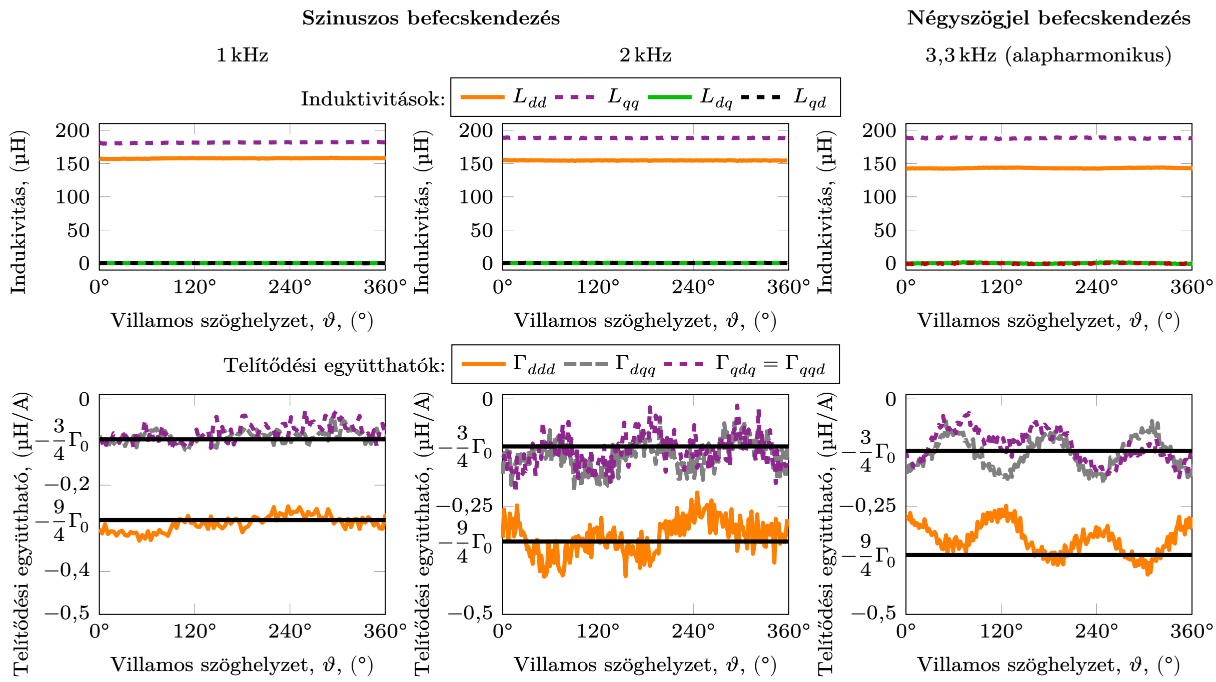
2.6. A mérési eredmények összefoglalása

A csillagpont kivezetéses, négyszögjel befecskendezést alkalmazó, és a csillagpont kivezetés nélküli, modulált szinuszos befecskendezést alkalmazó méréssorozatok alapján identifikált fő modellparamétereket a 2.4. táblázatban és a 2.25. ábrán összegeztem. A szinuszos méréseket 1 kHz és 2 kHz befecskendezési frekvenciával végeztem, a négyszögjeles mérésnél pedig közelítőleg 3,3 kHz volt az alapharmonikus frekvenciája. Három pont nem elegendő ahhoz, hogy pontos frekvenciafüggést állapítsunk meg, de néhány, a jelbefecskendezés alapú érzékelő nélküli módszerek szempontjából jelentős kilohertz körüli frekvenciatartományra vonatkozó sajátosság megfigyelhető. A d-irányú induktivitás értéke csökken, a fázisellenállás és a polaritásfüggő telítődési együttható értéke pedig növekszik, ha a vizsgálójel frekvenciáját növeljük. A q-irányú induktivitás úgy tűnik, ebben a tartományban kevésbé frekvenciafüggő.

A polaritásfüggő telítődési együttható értéke viszonylag kicsi az induktivitásokhoz képest. Ha a d-irányú áramot az indítóáram szintjére növeljük is, a négyzetes tag által létrehozott tekercsfluxus az induktivitás által keltettnek mindössze a 7 %-a lesz.

2.4. táblázat. A mérési eredmények összefoglalása

Paraméter	Csillagpont kivezetés nélküli mérés		Csillagpont kivezetéses mérés
	szinuszos 1 kHz	szinuszos 2 kHz	négyszögjel 3,3 kHz alapharmonikus
R	550 mΩ	715 mΩ	645 mΩ
L_{dd}	158 µH	155 µH	143,11 µH
L_{qq}	182 µH	188 µH	188,16 µH
Γ_0	$0{,}125\ \frac{\mu H}{A}$	$0{,}146\ \frac{\mu H}{A}$	$0{,}162\ \frac{\mu H}{A}$



2.25. ábra. A különböző eljárásokkal identifikált fluxusmodell-paraméterek szögfüggésének összehasonlítása.

2.7. A fejezet összefoglalása, az új tudományos eredmények

A kapcsolódó tudományos közleményeim: [F-2], [F-3], [K-2], [E-1], [E-2]

Mérési és paraméter identifikációs eljárásokat dolgoztam ki az érzékelő nélküli polaritásfelismerés fizikai alapját szolgáltató telítődési együtthatók szöghelyzetfüggésének meghatározására.

2.1. altézis

A tesztmotorok csillagpontját kivezetve egy és két fázisos méréseket végeztem négyszögjel betáplálással, és meghatároztam a telítődési együtthatók szöghelyzetfüggését az állórészhez kötött háromfázisú koordináta-rendszerben. A telítődési együtthatók villamos szögben meghatározó térbeli alapharmonikussal rendelkeznek, lehetővé téve a forgórész polaritásának felismerését.

2.2. altézis

A polaritásfüggő telítődési együttható csillagpont kivezetés nélküli mérésére kidolgoztam egy második, modulált szinuszos jelbefecskendezést alkalmazó mérési módszert.

3. A kibővített modell érvényesítése

A polaritásfelismerés lehetővé tétele érdekében az állandó mágneses szinkrongép modelljét kibővítettem a tekercsfluxus-áram függvény másodfokú tagjával, amelynek együtthatói térbeli alapharmonikusokkal rendelkeznek. A modellbővítés nemlineáris, mert a négyzetes tagban az áramok négyzetei és szorzatai szerepelnek. A modell érvényesítése (validációja) során ellenőriztem, hogy a beépített nemlinearitások ellenére a modell nem vált fizikai vagy numerikus szempontból instabillá, és a gép viselkedésének az érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározásban szerepet játszó, különösen a polaritásfüggő sajátosságait minőségi és mennyiségi szempontból is helyesen jelzi előre.

A modell érvényesítése során a tranziens viselkedést és szöghelyzetfüggést vizsgáltam nemmodulált négyszögjel és modulált szinuszos befecskendezés esetén. Minkét betáplálási mód esetén először a modellegyenletek analitikus vizsgálatával határoztam meg, hogy milyen szöghelyzet, illetve polaritás függő jelenséget jelez előre a modell, majd ezután elvégeztem a jelenség létezésének, jellegének és nagyságának igazolásához szükséges méréseket. Elkészítettem a modell numerikus változatát Mathworks Simulink környezetben, és többek között a nemlinearitás stabilitásának ellenőrzésére és az ábrák elkészítéséhez numerikus szimulációkat is végeztem.

A modellérvényesítés során azokat a jelenségeket vizsgáltam, amelyek a hajtásban lévő, a váltóirányítóról táplált ÁMSZM-en a kezdeti szöghelyzet meghatározás során felléphetnek és szöghelyzet, illetve polaritás információt hordoznak. Emiatt csak csillagpont kivezetés nélküli méréseket végeztem. Az elvégzett mérések során a forgórész állóhelyzetben volt, de a paraméter identifikációs mérésekhez hasonlóan a méréssorozatok számos különböző (400, illetve 200) szöghelyzetet lefedtek.

Az érvényesített modell lényegében az (1.89)–(1.90) egyenleteknek felelt meg. Visszaírva a $dq0$-beli telítődési együtthatókat az egyenletek az

$$u_d = Ri_d + L_{dd}\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{ddd}\frac{\mathrm{d}i_d^2}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{2}\Gamma_{dqq}\frac{\mathrm{d}i_q^2}{\mathrm{d}t} \quad \text{és} \tag{3.1}$$

$$u_q = Ri_q + L_{qq}\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} + \Gamma_{qdq}\frac{\mathrm{d}i_d i_q}{\mathrm{d}t} \tag{3.2}$$

alakot veszik fel. A numerikus szimulációkban és az analitikus vizsgálat során felhasználtam a szétválasztott differenciálegyenlet alakjaikat is, amelyekben

$$\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} = \frac{(L_{qq}+\Gamma_{qdq}i_d)(u_d-Ri_d)-\Gamma_{dqq}i_q(u_q-Ri_q)}{(L_{dd}+\Gamma_{ddd}i_d)\,(L_{qq}+\Gamma_{qdq}i_d)-\Gamma_{dqq}\Gamma_{qdq}i_q^2} \quad \text{és} \tag{3.3}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} = \frac{(L_{dd}+\Gamma_{ddd}i_d)(u_q-Ri_q)-\Gamma_{qdq}i_q\,(u_d-Ri_d)}{(L_{dd}+\Gamma_{ddd}i_d)\,(L_{qq}+\Gamma_{qdq}i_d)-\Gamma_{dqq}\Gamma_{qdq}i_q^2}. \tag{3.4}$$

A modell különböző koordináta-rendszerekben felírt alakjai matematikailag és fizikailag egyenértékűek, emiatt a d–q-beli változattal a modell egésze érvényesíthető.

3.1. A modell érvényesítése négyszögjel befecskendezéshez

Az érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet és polaritásfelismerő módszerekben gyakran négyszög feszültségjelet alkalmaznak vizsgálójelként, ezért a kibővített ÁMSZG modellel szembeni egyik legfőbb elvárásom az volt, hogy a négyszög feszültségjelekre adott áramválaszok tranziens viselkedését és szöghelyzetfüggését helyesen jelezze előre.

3.1.1. Az ugrásfüggvényre adott válasz polaritás függése

A négyszög vizsgálójel felbontható ugrásfüggvényekre, ezért a tranziens viselkedés elemzését az ugrásfüggvényre adott válasz meghatározásával kezdtem. Az analitikus vizsgálattal a célom a $+d$ és a $-d$ irány, azaz az északi és déli pólus viselkedése közötti eltérés kimutatása volt. A különböző előjelű d-irányú feszültségugrásokra adott áramválaszokat a feszültségegyenlet analitikus megoldásával határoztam meg. A d-irányú betáplálás esetén a q-irányú feszültség és áram értéke nulla, és csak a d-irányú feszültségegyenletet kell megoldani.

A d-irányú betáplálás esetén (3.1) leegyszerűsíthető az

$$u_d = Ri_d + (L_{dd}+\Gamma_{ddd}i_d)\,\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} \tag{3.5}$$

alakra, amely a másodfajú Abel-féle differenciálegyenlet különleges esete. Az ugrásfüggvény bemenet legyen $u_d(t) = U_0 1(t)$, ahol $1(t)$ jelöli az egységugrás vagy Heaviside-függvényt. A kezdeti feltétel $i_d(0\,\mathrm{s}) = 0\,\mathrm{A}$. A feszültségegyenlet analitikus megoldása ekkor az

$$i_d(t) = \frac{U_0}{R} + \frac{L_{dd}R + U_0\Gamma_{ddd}}{R\Gamma_{ddd}} W_0(y(t)) \tag{3.6}$$

függvény, amelyben W_0 jelöli a Lambert-féle W-függvény elsődleges ágát, amit szorzat logaritmus függvénynek is neveznek [78]. A belső függvény

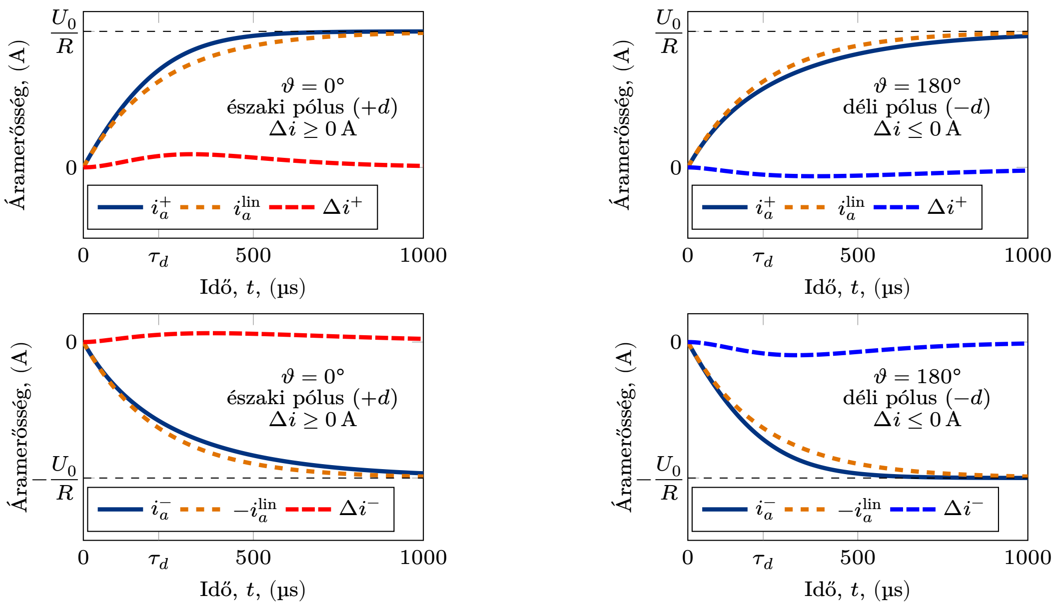
$$y(t) = -\frac{U_0\Gamma_{ddd}}{L_{dd}R + U_0\Gamma_{ddd}} \exp\left(-\frac{R^2t + U_0\Gamma_{ddd}}{L_{dd}R + U_0\Gamma_{ddd}}\right). \tag{3.7}$$

Az $i_d(t)$ áram-válaszfüggvény alakját tekintve hasonlatos az $1 - \mathrm{e}^{-t}$ függvényhez, de azonos kezdeti és állandósult érték melett gyorsabban vagy lassabban áll be.

(3.6) és (3.7) alapján a 3.1. ábrán ábrázoltam az a fázison folyó elméleti fázisáram-válaszokat mind pozitív, mind negatív előjelű feszültség ugrásfüggvény bemenet esetén, mind $\vartheta = 0°$ (az a fázissal szemben van az északi pólus), mind $\vartheta = 180°$ (az a fázissal szemben van a déli pólus) szöghelyzetben. Ezekben a szöghelyzetekben az i_a fázisáram a d-irányú árammal egyenlő, vagy annak -1-szerese.

A kibővített modell által előre jelzett áramok mellett a hagyományos lineáris modell megoldását is ábrázoltam, amelynek értéke

$$i_a^{\mathrm{lin}} = \frac{U_0}{R}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L_{dd}}t}\right) = \frac{U_0}{R}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_d}}\right), \quad \text{ahol} \quad \tau_d = \frac{L_{dd}}{R}. \tag{3.8}$$



3.1. ábra. A mágneses telítődés polaritásfüggő hatása a $+d$- és $-d$-irányú, pozitív és negatív előjelű feszültség-ugrásfüggvényre adott fázisáram-válaszra, (3.6) és (2.55) alapján, $5\Gamma_{ddd}$ értékkel számítva, a négyzetes tag egyébként nagyon kicsi hatásának kiemelése érdekében.

A 3.1. ábrán az áramválaszokat $5\Gamma_{ddd}$ értékkel ábrázoltam, hogy a négyzetes tag egyébként nagyon kicsi hatását szemmel is jól láthatóvá tegyem. Az ugrásfüggvények amplitúdója $U_0 = 24\,\mathrm{V}$ volt, ami $U_{DC} = 36\,\mathrm{V}$ közbenső köri egyenfeszültségnek felelt meg. A hagyományos lineáris és a kibővített másodfokú modell megoldásának állandósult értéke a négy ábrázolt eset mindegyikében azonos, a pozitív ugrások esetén U_0/R, a negatív ugrások esetén $-U_0/R$.

A 3.1. ábrán megfigyelhető, hogy a $\Delta i = i_a - i_a^{\mathrm{lin}}$ áramkülönbség előjele a tranziens szakaszban a mágnes polaritásától függ. Az északi pólusnál a pozitív feszültségugrásra a kibővített másodfokú modell gyorsabban növekvő áramválaszt ad, mint a lineáris modell, és $\Delta i \geq 0\,\mathrm{A}$. A negatív feszültségugrásra adott válasz viszont a kibővített modellnél áll be lassabban, és ismét $\Delta i \geq 0\,\mathrm{A}$. A déli pólusnál az áramválaszok ellentétesen viselkednek, a kibővített modell a negatív feszültségugrásra ad gyorsabban beálló áramválaszt, és mindkét előjelnél $\Delta i \leq 0\,\mathrm{A}$. Bár ez a viselkedés némileg hasonlít a különböző időállandóval vagy különböző induktivitással rendelkező lineáris rendszerekhez, valójában nemlinearitásról van szó. A hagyományos lineáris modell és a kibővített másodfokú modell áramválaszának tranziens szakaszai alapvetően különböző függvények. Az időállandó módosításával nem lehet a lineáris modell válaszát a másodfokú válaszára igazítani. Ez azt jelenti, hogy bár számszerűleg elfogadhatóan pontos lehet a [49, 50, 58, 60, 62, 63] cikkekben ismertetett polaritás és előjel függő, lineáris, szakadásos induktivitás modell, matematikailag és fizikailag sem helytálló. Összefoglalva, a hagyományos lineáris és a kibővített nemlineáris modell megoldása közötti különbség polaritásfüggő, az északi pólusnál $\Delta i \geq 0\,\mathrm{A}$, a déli pólusnál pedig $\Delta i \leq 0\,\mathrm{A}$.

A befecskendezés kezdeti szakaszában, ahol az áram közel lineárisan változik, a nemlinearitás négyzetes jellege miatt a hagyományos lineáris és a kibővített modell megoldása közötti különbség csak nagyon lassan épül fel. Az idő előrehaladtával a Δi különbség növekszik, és 1,5-2 időállandó körül éri el a csúcsértékét. A lassú kezdeti növekedés következtében amire a polaritás információt hordozó áramkülönbség elég nagy lesz a méréshez, az áram értéke már az állandósult érték közelében jár. Továbbá a polaritás felismerése egyetlen áramválasz és a lineáris megoldás összehasonlítása alapján nagyon pontos lineáris modellt és mérést igényelne. Mindkét probléma enyhíthető azzal, ha egymást követő pozitív és negatív feszültségugrásokra adott áramválaszok értékeit hasonlítjuk össze. Tovább javíthatja a polaritásfelismerés jóságát, ha befecskendezést és a mérést több fázison is elvégezzük.

Az egymást követő pozitív és negatív feszültségugrásokra adott i_a^+ és i_a^- áramválaszok összeadásával a lineáris áramválaszoktól mérhető eltéréseiket is összeadjuk, és ezzel megközelítőleg a kétszeresére növeljük a polaritás információt hordozó összetevőt.

$$\left.\begin{aligned} i_a^+ &= i_a^{\mathrm{lin}} + \Delta i^+ \\ i_a^- &= -i_a^{\mathrm{lin}} + \Delta i^- \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad i_a^+ + i_a^- = \Delta i^+ + \Delta i^- = \Delta i_a \tag{3.9}$$

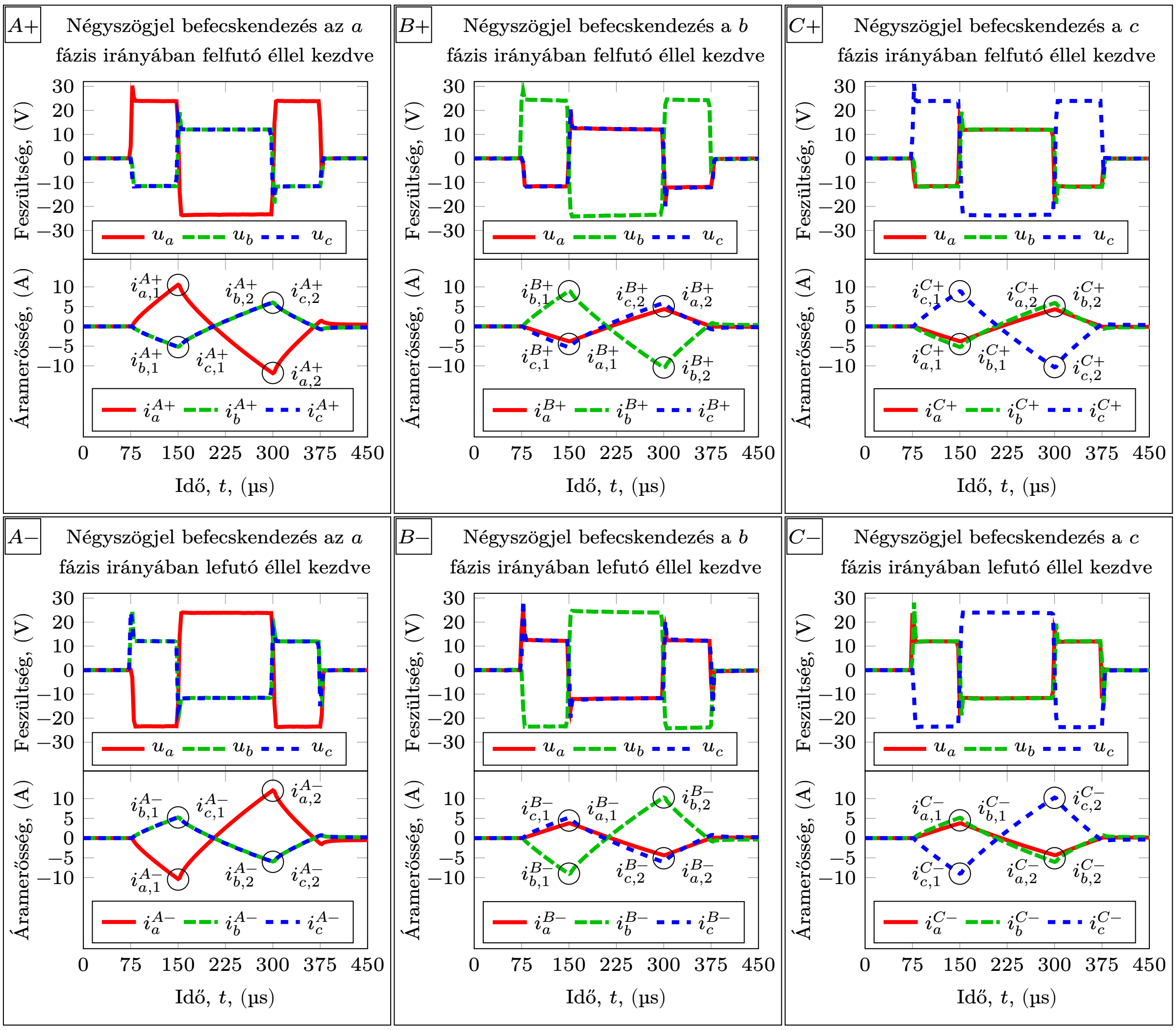
A pozitív és negatív feszültségugrásokra adott áramválaszok Δi_a előjeles összege az északi pólusnál pozitív, a déli pólusnál negatív.

3.1.2. Méréssorozat háromfázisos gerjesztéssel

A kibővített ÁMSZG modell érvényesítéséhez a 3.2. ábrán látható háromfázisú befecskendezési eljárás alkalmazásával gyűjtöttem mérési adatokat. Négyszögjeles paraméter identifikációs mérésekhez hasonlóan a vizsgálójel egy páros négyszög feszültségjel egy periódusa volt, és egy mérési pontot három független változó határozott meg: a gerjesztett G fázis, a kezdő impulzus előjele, és a forgórész szöghelyzete. A mérés során egy adott szöghelyzet mellett végrehajtott feszültség befecskendezés mind a hat lehetséges lépést magába foglalta a három fázisra (A, B, C), valamint pozitív és negatív kezdő előjelre (+/−). A megfelelő kapcsolási sorrendeket a 3.1. táblázat tartalmazza.

Egy önálló befecskendezési lépés egy 75 µs hosszúságú folyamatos, nem modulált feszültségimpulzussal kezdődik a gerjesztett fázis irányában a kezdő előjellel. A gerjesztett fázist és kezdő előjelet tartalmazza a lépés jelölése, pl. az $A+$ lépésben a befecskendezés az a fázis irányában történik, pozitív előjelű impulzussal kezdve. Ezt követi egy 150 µs hosszúságú feszültségimpulzus ellenkező előjellel, majd a harmadik, ismét 75 µs hosszúságú feszültségimpulzus ismételten a kezdő előjellel. A vizsgálójel periódusideje 300 µs, az alapharmonikusa körülbelül 3,3 kHz volt.

A méréssorozatban a hat befecskendezési lépést 400 forgórész szöghelyzetben megismételtem, ami 2400 mérési pontot eredményezett. A fázisáramokat $T_S = 2{,}5$ µs mintavételi idővel mértem. A feszültségek mintavételi ideje 75 ns volt a kapcsolási tranziensek pontosabb rögzítése érdekében. Később az adatfeldolgozás során a feszültség jelek a mintaszámát csökkentettem, hogy igazodjon az áram jelek mintavételezési idejéhez.

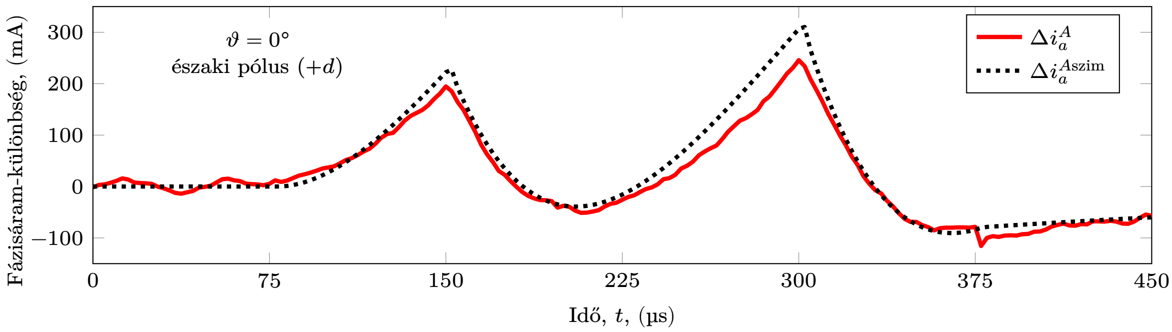


3.2. ábra. A hat befecskendezési lépés közben mért fázisfeszültségek és fázisáramok egy adott forgórész szöghelyzet esetén ($\vartheta = 0°$).

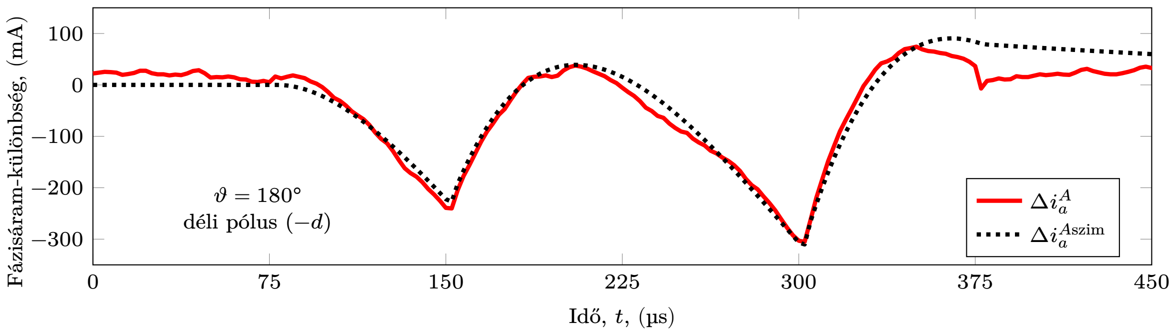
3.1. táblázat. A háromfázisos befecskendezés lépéseihez tartozó kapcsolási sorozatok.

Lépés	**Kapcsolási sorozat**				
	várakozás	75 μs	150 μs	75 μs	lecsengés
$A+$	(000)	(100)	(011)	(100)	(000)
$A-$	(000)	(011)	(100)	(011)	(000)
$B+$	(000)	(010)	(101)	(010)	(000)
$B-$	(000)	(101)	(010)	(101)	(000)
$C+$	(000)	(001)	(110)	(001)	(000)
$C-$	(000)	(110)	(001)	(110)	(000)

A befecskendezett páros négyszög feszültségjelekre adott áramválaszok először a kezdő előjel, aztán az ellenkező előjel, majd végül ismét a kezdő előjel irányában tartanak az állandósult érték felé, így gyakorlatilag három ellentétes előjelű ugrásválaszt kapunk (lásd a 3.2. ábrát). A fázisfeszültségek mérésében a csillagpont kivezetést is felhasználtam, de a csillagpont kivezetésen folyó áram elhanyagolhatóan kicsi maradt az oszcilloszkóp nagy bemeneti ellenállása miatt.



3.3. ábra. A $\vartheta = 0°$ villamos szöghelyzetben, azaz az északi pólusnál mért Δi_a^A és szimulált $\Delta i_a^{\mathrm{Aszim}}$ fázisáram-különbségek összehasonlítása.



3.4. ábra. A $\vartheta = 180°$ villamos szöghelyzetben, azaz a déli pólusnál mért Δi_a^A és szimulált $\Delta i_a^{\mathrm{Aszim}}$ fázisáram-különbségek összehasonlítása.

3.1.3. A mért és a szimulált tranziens viselkedés összehasonlítása

A kibővített nemlineáris ÁMSZG modell azt jelzi előre, hogy egy adott szöghelyzetben a valós áramok és a lineáris modell közötti Δi^+ és Δi^- eltérések azonos előjelűek (3.1. ábra), és (3.9) szerint összegezhetők a polaritás információt hordozó áramösszetevő felerősítése érdekében. Az a fázis irányában történő $A+$ és $A-$ befecskendezések áramválaszai a polaritásfüggő nemlinearitás hatásának felerősítése érdekében a Δi_a^A fázisáram-különbségbe összegezhetők a (3.10) összefüggés szerint.

$$\Delta i_a^A = i_a^{A+} + i_a^{A-} \tag{3.10}$$

A Δi_a^A fázisáram-különbség előjelét a polaritás határozza meg, pozitív az északi pólusnál és negatív a déli pólusnál. A Δi_a^A hullámalakját a négyzetes jellegű nemlinearitás alakítja. Mivel az áram közel lineárisan emelkedik és csökken az ugrásválasz jellegből kifolyólag, a Δi_a^A-nak parabolákra hasonlító szakaszai vannak (3.3. és 3.4. ábrák).

A pólusoknál, azaz a 0° és 180° szöghelyzetekben mért i_a áramjelekből képzett Δi_a^A és a kibővített modell alapján szimulált $\Delta i_a^{\mathrm{Asim}}$ fázisáram-különbségeket a 3.3. és 3.4. ábrákon ábrázoltam. A $\Delta i_a^{\mathrm{Asim}}$ előállítását (3.3) és (3.4) alapján, MATLAB/Simulink környezetben végeztem numerikus szimulációval. A szimulációban bemenetként a mért feszültség jeleket használtam fel. Azzal, hogy tökéletes négyszögjelek helyett a váltóirányító és parazita jelenségek hatására torzuló feszültség bemenetet használtam, célirányosabban tudtam a saját kibővített ÁMSZG modellem viselkedését vizsgálni.

A tranziens viselkedés vizsgálata alátámasztja, hogy a kibővített ÁMSZG modell helyesen jelzi előre a fázisáram-különbségek parabolaszerű hullámalakját, a 150 µs-hoz és a 300 µs-hoz tartozó csúcsértékek pedig számszerűleg is kellően pontosak. Az a fázis mellett természetesen a többit is megvizsgáltam, és azt állapítottam meg, hogy a kibővített modell a polaritásfüggő nemlinearitás tranziens viselkedését minőségi és mennyiségi szempontból is helyesen jelzi előre.

3.1.4. A mért és a szimulált szöghelyzetfüggés összehasonlítása

A 3.2. ábrán látható hat befecskendezési lépés összesen 18 fázisáram-jelet eredményez. Az egy adott lépésben, a gerjesztési irányban lévő fázis árama a legnagyobb értékű, a másik kettő pedig megközelítőleg a fele, de ezek is magukon hordozzák a forgórész szöghelyzetének és a mágnesek polaritásának, azaz az induktivitások második, és a telítődési együtthatók térbeli alapharmonikusának hatását. Az elvégzett háromfázisú mérés a 18 fázisáram értékét az idő és a szöghelyzet függvényében szolgáltatta. A modell szöghelyzetfüggés szempontjából történő érvényesítéséhez a fázisáram-különbségek első csúcsértékét választottam, és az ehhez a diszkrét időhöz tartozó $18 \cdot 400$ áramértéket használtam fel. Az első, $t = 150$ µs-nál lévő csúcsot $k = 1$ indexszel jelöltem.

A 18 fázisáram csúcsértékből a (3.11)–(3.13) összefüggések szerint képeztem 9 fázisáram csúcsérték különbséget. Az összefüggésekben a 2.2. táblázatban bemutatott általánosított indexelést alkalmaztam.

$$\Delta i_{g,k}^{G} = i_{g,k}^{G+} + i_{g,k}^{G-} \tag{3.11}$$

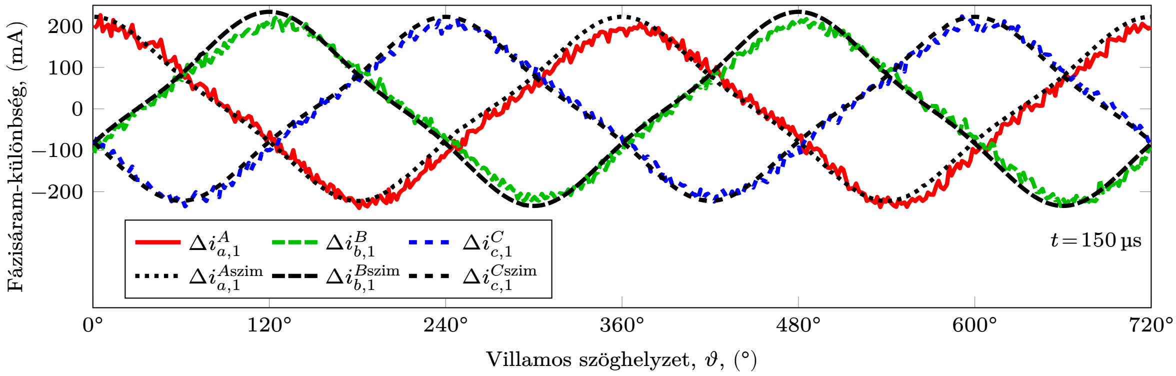
$$\Delta i_{p,k}^{G} = i_{p,k}^{G+} + i_{p,k}^{G-} \tag{3.12}$$

$$\Delta i_{n,k}^{G} = i_{n,k}^{G+} + i_{n,k}^{G-} \tag{3.13}$$

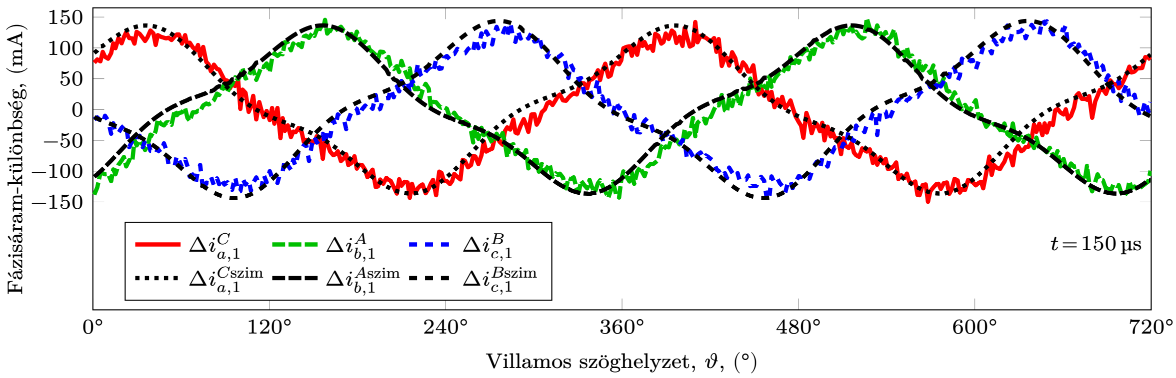
A 3.5–3.7. ábrákon láthatók a $\Delta i_{g,1}^{G}$, $\Delta i_{p,1}^{G}$ és $\Delta i_{n,1}^{G}$ fázisáram-különbségek mért és szimulált értékei. A szimulációt a tranziens viselkedéssel együtt (3.3) és (3.4) alapján felépített modellen, Mathworks MATLAB/Simulink környezetben végeztem, és itt is a mérések során rögzített feszültség jeleket használtam fel bemenetként.

Az azonos szerepű és egy ábrán ábrázolt fázisáram-különbség görbék egymáshoz képest térben 120°-kal tolódnak el, ahogy az egy háromfázisú gépnél várható. A mérések megerősítik, hogy a fázisáram-különbségek térbeli alapharmonikusa a meghatározó, igaz, harmadik harmonikus tartalmat is mutatnak, ami a görbéiket kissé háromszög alakúvá teszi. Ez legtisztábban a Δi_{g}^{G} görbéken (3.5. ábra) jelentkezik, a Δi_{p}^{G} és Δi_{n}^{G} görbéknél a harmadik harmonikus az alapharmonikustól térben eltolva jelenik meg.

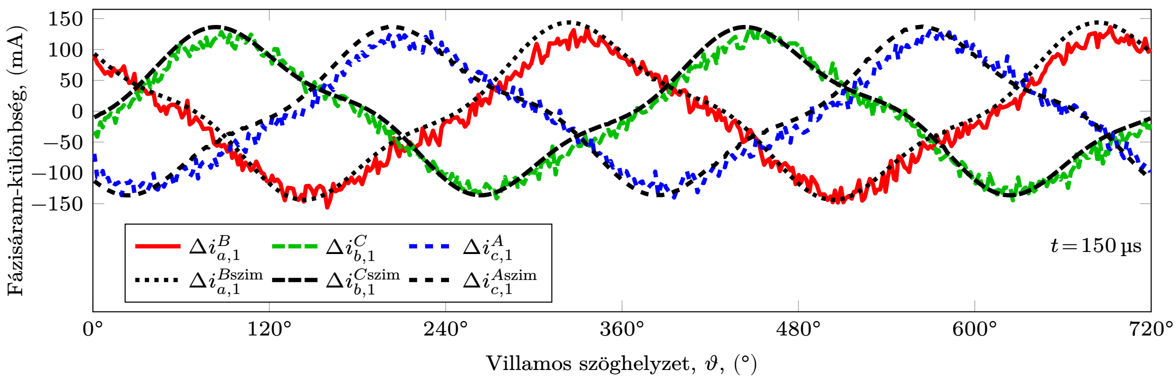
A 3.5–3.7. ábrákon látható szimulált görbék igazolják, hogy a kibővített ÁMSZG modell helyesen írja le a polaritásfüggő nemlinearitás által a fázisáram-különbségekben okozott térbeli harmonikus tartalmat. Mind a térbeli eloszlást, mind a csúcsértékeket kellő pontossággal jelzi előre ahhoz, hogy egy polaritásfelismerő módszer tervezésénél felhasználható legyen. A mért és a szimulált értékek között egy kisebb, de szisztematikus



3.5. ábra. Az első csúcsnál mért és szimulált $\Delta i^{G}_{g,1}$ fázisáram-különbségek szöghelyzetfüggésének összehasonlítása ($t = 150\,\mu s$, $3 \cdot 400$ mérési pont, $3 \cdot 400$ szimulált pont).



3.6. ábra. Az első csúcsnál mért és szimulált $\Delta i^{G}_{p,1}$ fázisáram-különbségek szöghelyzetfüggésének összehasonlítása ($t = 150\,\mu s$, $3 \cdot 400$ mérési pont, $3 \cdot 400$ szimulált pont).



3.7. ábra. Az első csúcsnál mért és szimulált $\Delta i^{G}_{n,1}$ fázisáram-különbségek szöghelyzetfüggésének összehasonlítása ($t = 150\,\mu s$, $3 \cdot 400$ mérési pont, $3 \cdot 400$ szimulált pont).

különbség látható: a mért görbék mindegyike térben néhány fokkal jobbra eltolódik a modell által előre jelzett ideális helytől.

A polaritásfüggő nemlinearitás érdekes sajátossága, hogy bár a kibővített modellben az *abc*-beli telítődési együtthatóknál csak a térbeli alapharmonikust modelleztem, itt mégis helyesen megkapjuk a harmadik térbeli harmonikusokat is.

3.2. A modell érvényesítése szinuszos befecskendezéshez

A kezdeti szöghelyzet meghatározásban és a polaritásfelismerésben a négyszög feszültség jel mellett a modulált szinuszos jel a másik leggyakrabban alkalmazott vizsgálójel. A szakirodalomban már 1994-ből fellelhető olyan forrás, amelyben ismertetik, hogy a polaritásfüggő nemlinearitás második harmonikus képződést okoz, azonban a jelenséget nem építették be az ÁMSZG modellbe [70]. A második harmonikus képződésre modellalapú, de csak részleges magyarázatot ad [53] és [65]. Mindkét forrás i_d-t írja fel Ψ_d másodfokú függvényeként, előbbi polinom alakban, utóbbi időbeli harmonikusokra bontva, és mindkét forrás elhanyagolja a fázisellenállást. A második harmonikus képződést ezeknél alaposabban megmagyarázó forrást a szakirodalomban nem találtam.

Ebben a szakaszban analitikus és mérési úton igazolom, hogy a kibővített ÁMSZG modell a fluxusmodellbe beépített másodfokú nemlinearitásnak köszönhetően helyesen jelzi előre az állóhelyzetben, szinuszos betáplálás esetén fellépő második harmonikus képződést. Elsőként ismertetem a modell közelítő analitikus megoldását szinuszos betáplálás esetére, majd modulált szinuszos befecskendezéses méréssorozattal igazolom, hogy a modell helyes amplitúdót és időbeli fázist jelez előre mind a d-irányú, mind a q-irányú áram második harmonikusa esetén.

3.2.1. A modell közelítő analitikus megoldása szinuszos bemenet esetén

Az analitikus közelítő megoldást az állóhelyzetben érvényes d- és q-irányú feszültségegyenletekből kiindulva vezettem le. A feszültségegyenletek az (1.89) és (1.90) egyenleteknek felelnek meg.

$$u_d = Ri_d + L_{dd}\frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} - \frac{9}{4}\Gamma_0 i_d \frac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t} - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_q \frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} \tag{3.14}$$

$$u_q = Ri_q + L_{qq}\frac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t} - \frac{3}{4}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d}i_d i_q}{\mathrm{d}t} \tag{3.15}$$

Lüktető szinuszos jelbefecskendezés esetén a feszültség jel egyetlen harmonikusból áll, aminek ω_c a körfrekvenciája. A befecskendezett feszültség jelet az

$$\underline{u}_{dq} = U_0 \cos(\omega_c t)\,\mathrm{e}^{j\gamma} = \begin{bmatrix} U_0 \cos(\omega_c t)\cos(\gamma) \\ U_0 \cos(\omega_c t)\sin(\gamma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

függvénnyel lehet megadni, ahol U_0 a befecskendezett jel amplitúdója és $\gamma = \delta - \vartheta$ jelöli a d tengelytől mért befecskendezési szöghibát, illetve δ jelöli az α tengelytől mért befecskendezési szöget. U_0 minden esetben pozitív érték.

A feszültségegyenletek lineáris részei,

$$u_d = Ri_{d(1)} + L_{dd}\frac{\mathrm{d}i_{d(1)}}{\mathrm{d}t} \quad \text{és} \quad u_q = Ri_{q(1)} + L_{qq}\frac{\mathrm{d}i_{q(1)}}{\mathrm{d}t} \tag{3.17}$$

határozzák meg az áramok alapharmonikusait, $i_{d(1)}$-et és $i_{q(1)}$-et.

A különböző feszültségek, áramok, amplitúdók és fázisok esetén alsó indexben, zárójelben lévő számmal jelöltem, hogy hányadik időbeli harmonikushoz tartoznak. Az alapharmonikusok kvázi-stacioner megoldásainak parametrikus alakjai

$$i_{d(1)} = I_{d(1)} \cos\left(\omega_c t + \varphi_{d(1)}\right) \quad \text{és} \quad i_{q(1)} = I_{q(1)} \cos\left(\omega_c t + \varphi_{q(1)}\right), \tag{3.18}$$

ahol $I_{d(1)}$ és $I_{q(1)}$ jelöli az amplitúdókat, illetve $\varphi_{d(1)}$ és $\varphi_{q(1)}$ jelöli a befecskendezett feszültséghez viszonyított fázisokat.

Az alapharmonikusok kifejtett alakjai

$$i_{d(1)} = \underbrace{\frac{U_0|\cos\gamma|}{\sqrt{R^2 + \omega_c^2 L_{dd}^2}}}_{I_{d(1)}} \cos\Big(\omega_c t + \underbrace{\operatorname{atan2}\left(-\omega_c L_{dd}\cos\gamma, R\cos\gamma\right)}_{\varphi_{d(1)}}\Big) \quad \text{és} \tag{3.19}$$

$$i_{q(1)} = \underbrace{\frac{U_0|\sin\gamma|}{\sqrt{R^2 + \omega_c^2 L_{qq}^2}}}_{I_{q(1)}} \cos\Big(\omega_c t + \underbrace{\operatorname{atan2}\left(-\omega_c L_{qq}\sin\gamma, R\sin\gamma\right)}_{\varphi_{q(1)}}\Big). \tag{3.20}$$

A szakaszban levezetett mennyiségeknél külön figyelmet fordítottam arra, hogy az amplitúdókat és a fázisokat olyan összefüggésekkel adjam meg, amelyek mindig pozitív amplitúdót eredményeznek minden lehetséges bemenet és paraméter érték esetén, valamint a helyes $+d/+q$ és az ellentétes $-d/-q$ koordináta-rendszerben is.

Második harmonikus képződés

A feszültségegyenletek négyzetes tagjai, amelyeknek a jelölésére bevezettem $-\varepsilon_{d(2)}$-t és $-\varepsilon_{q(2)}$-t, úgy viselkednek, mintha kétszeres frekvenciájú feszültség források lennének.

$$0\,\mathrm{V} = Ri_{d(2)} + L_{dd}\frac{\mathrm{d}i_{d(2)}}{\mathrm{d}t} \underbrace{- \frac{9}{4}\Gamma_0 i_{d(1)}\frac{\mathrm{d}i_{d(1)}}{\mathrm{d}t} - \frac{3}{4}\Gamma_0 i_{q(1)}\frac{\mathrm{d}i_{q(1)}}{\mathrm{d}t}}_{-\varepsilon_{d(2)}} \quad \text{és} \tag{3.21}$$

$$0\,\mathrm{V} = Ri_{q(2)} + L_{qq}\frac{\mathrm{d}i_{q(2)}}{\mathrm{d}t} \underbrace{- \frac{3}{4}\Gamma_0 \frac{\mathrm{d}i_{d(1)}i_{q(1)}}{\mathrm{d}t}}_{-\varepsilon_{q(2)}}. \tag{3.22}$$

Ha kifejezzük $\varepsilon_{d(2)}$-t és $\varepsilon_{q(2)}$-t az áramok alapharmonikusainál bevezetett paraméterekkel, akkor láthatóvá válik, hogy második időbeli harmonikusokkal rendelkeznek, azaz itt történik meg a frekvencia kétszerezés és a második harmonikus képződés.

$$\varepsilon_{d(2)} = \frac{9}{8}\Gamma_0 I_{d(1)}^2 \omega_c \sin\Big(2\omega_c t + 2\varphi_{d(1)}\Big) + \frac{3}{8}\Gamma_0 I_{q(1)}^2 \omega_c \sin\Big(2\omega_c t + 2\varphi_{q(1)}\Big) \tag{3.23}$$

$$\varepsilon_{q(2)} = \frac{3}{4}\Gamma_0 I_{d(1)} I_{q(1)} \omega_c \sin\Big(2\omega_c t + \varphi_{d(1)} + \varphi_{q(1)}\Big) \tag{3.24}$$

A modell induktív-rezisztív lineáris részei az alapharmonikusoknál látotthoz hasonló módon elsőrendű szűrőként viselkednek, és az $\varepsilon_{d(2)}$ és $\varepsilon_{q(2)}$ látszólagos feszültségek szűrésével állítják elő az áramok második harmonikusait, $i_d(2)$-t és $i_q(2)$-t. A frekvencia kétszerezés miatt a szűrés $2\omega_c$ körfrekvencián történik. A szűrés által okozott időbeli fáziseltolódások értéke

$$\eta_{d(2)} = \operatorname{atan2}\left(R\Gamma_0, 2\omega_c L_{dd}\Gamma_0\right) \quad \text{és} \tag{3.25}$$

$$\eta_{q(2)} = \operatorname{atan2}\left(R\Gamma_0, 2\omega_c L_{qq}\Gamma_0\right). \tag{3.26}$$

A második harmonikusai az (3.21) és (3.22) egyenletek kvázi-stacioner megoldásai.

$$i_{d(2)} = \frac{9}{8}\omega_c \frac{I_{d(1)}^2 |\Gamma_0| \cos\left(2\omega_c t + 2\varphi_{d(1)} + \eta_{d(2)}\right)}{\sqrt{R^2 + 4\omega_c^2 L_{dd}^2}} + \frac{3}{8}\omega_c \frac{I_{q(1)}^2 |\Gamma_0| \cos\left(2\omega_c t + 2\varphi_{q(1)} + \eta_{d(2)}\right)}{\sqrt{R^2 + 4\omega_c^2 L_{dd}^2}} \tag{3.27}$$

$$\text{és} \quad i_{q(2)} = \frac{3}{4}\omega_c \frac{I_{d(1)} I_{q(1)} |\Gamma_0| \cos\left(2\omega_c t + \varphi_{d(1)} + \varphi_{q(1)} + \eta_{q(2)}\right)}{\sqrt{R^2 + \omega_c^2 L_{qq}^2}}. \tag{3.28}$$

Összefoglalva a szakasz főbb pontjait megállapítottam, hogy első lépésben a modell induktív-rezisztív lineáris része a válaszáramok alapharmonikusait állítja elő. Ezután a négyzetes tagok frekvenciakétszerező belső feszültségforrásokként működnek. Végül, az $\varepsilon_{d(2)}$ és $\varepsilon_{q(2)}$ látszólagos feszültségekre adott válaszként állítja elő a lineáris induktív-rezisztív rész az áramok második harmonikusait, $i_{d(2)}$-t és $i_{q(2)}$-t.

Az áramok második harmonikusai

A d-irányú áram második harmonikusa (3.27) alapján az $i_{d(2)} = I_{d(2)} \cos(2\omega_c t + \varphi_{d(2)})$ paraméteres alakban írható fel, ahol az amplitúdó és a fázis kifejtett értéke

$$I_{d(2)} = \frac{3}{8}\omega_c |\Gamma_0| \sqrt{\frac{9I_{d(1)}^4 + 6I_{d(1)}^2 I_{q(1)}^2 \cos(2\varphi_{d(1)} - 2\varphi_{q(1)}) + I_{q(1)}^4}{R^2 + 4\omega_c^2 L_{dd}^2}} \quad \text{és} \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{d(2)} = \ & \operatorname{atan2}\Big(3I_{d(1)}^2 \cos(2\varphi_{d(1)} + \eta_{d(2)}) + I_{q(1)}^2 \cos(2\varphi_{q(1)} + \eta_{d(2)}), \\ & 3I_{d(1)}^2 \sin(2\varphi_{d(1)} + \eta_{d(2)}) + I_{q(1)}^2 \sin(2\varphi_{q(1)} + \eta_{d(2)})\Big). \end{aligned} \tag{3.30}$$

A q-irányú áram második harmonikusa (3.28) alapján az $i_{q(2)} = I_{q(2)} \cos(2\omega_c t + \varphi_{q(2)})$ paraméteres alakban írható fel, ahol az amplitúdó és a fázis kifejtett értéke

$$I_{q(2)} = \frac{3}{4}\omega_c |\Gamma_0| \sqrt{\frac{I_{d(1)} I_{q(1)}}{R^2 + 4\omega_c L_{qq}^2}}, \quad \text{és} \tag{3.31}$$

$$\varphi_{q(2)} = \varphi_{d(1)} + \varphi_{q(1)} + \eta_{q(2)}. \tag{3.32}$$

Az összefüggések biztosítják, hogy $I_{d(2)}$ és $I_{q(2)}$ értéke mindig pozitív legyen.

3.2.2. A második harmonikus képződés érvényesítése

A kibővített másodfokú fluxusmodell szinuszos betáplálás esetén második harmonikus képződést jelez előre a d- és a q-irányú áram esetén egyaránt. Az áramok második harmonikusait az

$$i_{d(2)} = I_{d(2)} \cos(2\omega_c t + \varphi_{d(2)}) \quad \text{és} \tag{3.33}$$

$$i_{q(2)} = I_{q(2)} \cos(2\omega_c t + \varphi_{q(2)}) \tag{3.34}$$

paraméteres alakokban határozza meg (3.29)–(3.32), ahol $I_{d(2)}$ és $I_{q(2)}$ jelöli a második harmonikusok amplitúdóit, valamint $\varphi_{d(2)}$ és $\varphi_{q(2)}$ jelöli a második harmonikusok fázisait a feszültség betáplálás abszolút idejéhez viszonyítva.

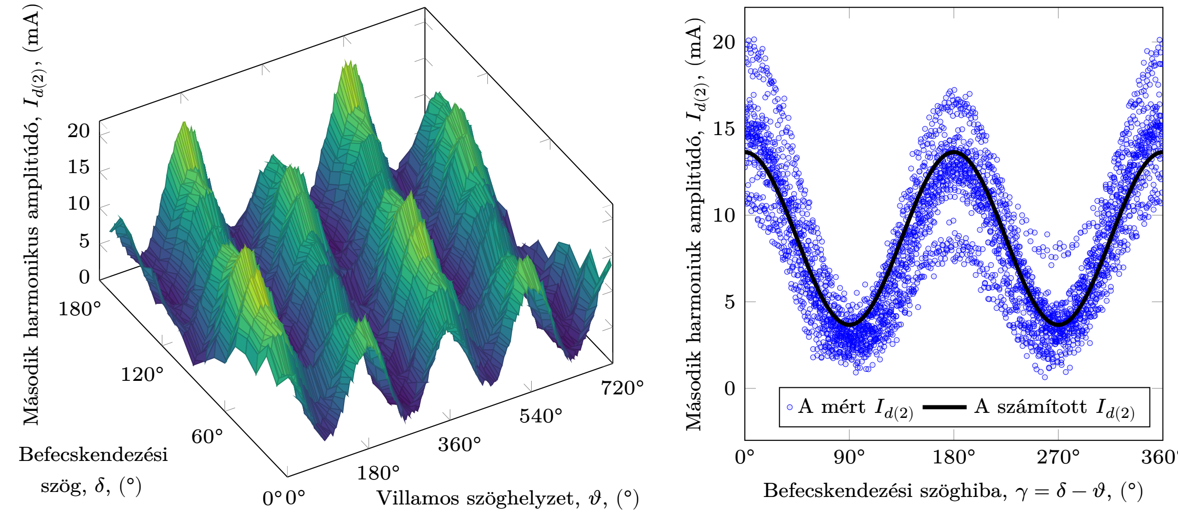
A második harmonikusok amplitúdói és fázisai nem állandó értékek, hanem a γ befecskendezési szöghibától és közvetve a forgórész ϑ szöghelyzetétől függenek. Hogy bizonyítsam a modellbővítés helyességét, mérésekkel ellenőriztem a második harmonikusok modell által előre jelzett amplitúdóit és fázisait. A 3.8–3.11. ábrák bal oldali részei az amplitúdók és fázisok mért értékeit mutatják, az ábrák jobboldali részei pedig összehasonlítják azokat a modell által előre jelzett értékekkel. A mérési adatokat felületekként ábrázoltam a mérés független változóinak függvényében. Az összehasonlító grafikonokon a mért és a számított értékeket a γ befecskendezési szöghiba függvényében ábrázoltam, amely egyenlő az álló vonatkoztatási rendszerben mért δ befecskendezési szög és a forgórész ϑ villamos szöghelyzete közötti különbséggel. A jobb oldali grafikonokon szereplő számított görbéket (3.29)–(3.32) alapján számítottam.

A második harmonikus képződés érvényesítése során újra felhasználtam a paraméter identifikációhoz gyűjtött lüktető feszültség befecskendezéses mérési adatokat, ahol a befecskendezett feszültségjel amplitúdója megközelítőleg 6,2 V volt. A második harmonikusok amplitúdóértékeinek helyes értelmezéséhez két tényezőt kell megemlíteni: az áramok alapharmonikusainak amplitúdói 4,7 A és 6 A között voltak, az árammérés szórása pedig $\sigma_{CM} = 4{,}4\,\mathrm{mA}$ volt. Az amplitúdó- és fázisértékeket az áramjelek diszkrét Fourier-transzformációjával állítottam elő.

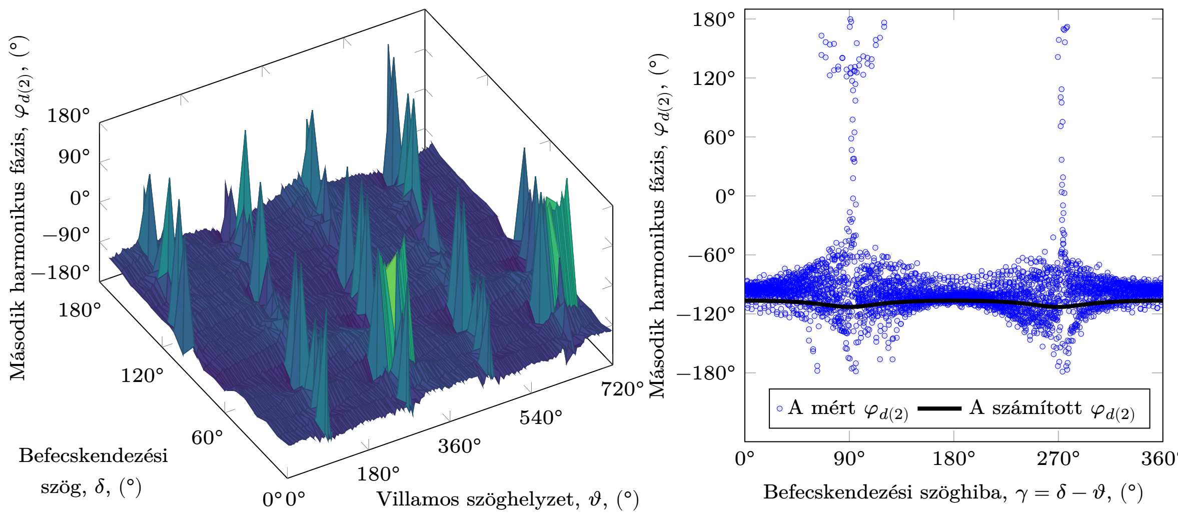
A d-irányú áram második harmonikusa

A 3.8. ábrán látható i_d második harmonikusának $I_{d(2)}$ amplitúdója. A kibővített modell elfogadhatóan pontosan jósolja meg az $I_{d(2)}$ értékeit és a befecskendezési szöghibafüggése jellegét a 4-15 mA tartományban, bár vannak bizonyos $\delta - \vartheta$ kombinációk, ahol kicsi, de szabályszerű eltéréseket láthatunk a modell és a mérés között. Fontos megjegyezni, hogy az áramértékek a tesztmotorjaink esetében elég nagyok voltak, a polaritásfüggő második harmonikusok mégis nagyon kicsik maradtak az alapharmonikushoz képest.

A 3.9. ábra d-irányú áram második harmonikusának $\varphi_{d(2)}$ fázisát mutatja. A fázis értéke kevésbé zajos a $+d$- és $-d$-irányú befecskendezés közben, ahol az $I_{d(2)}$ amplitúdó is nagyobb. A fázis mért értéke megbízhatatlanná válik, amikor a befecskendezés a $+q$- vagy a $-q$-irányban történik.



3.8. ábra. Az i_d áram második harmonikusának amplitúdója. (**a**) A mért értékek a befecskendezési szög és a villamos szöghelyzet függvényében ábrázolva (18 · 200 pont). (**b**) A mért és a modell által előre jelzett értékek összehasonlítása (3600 pont).

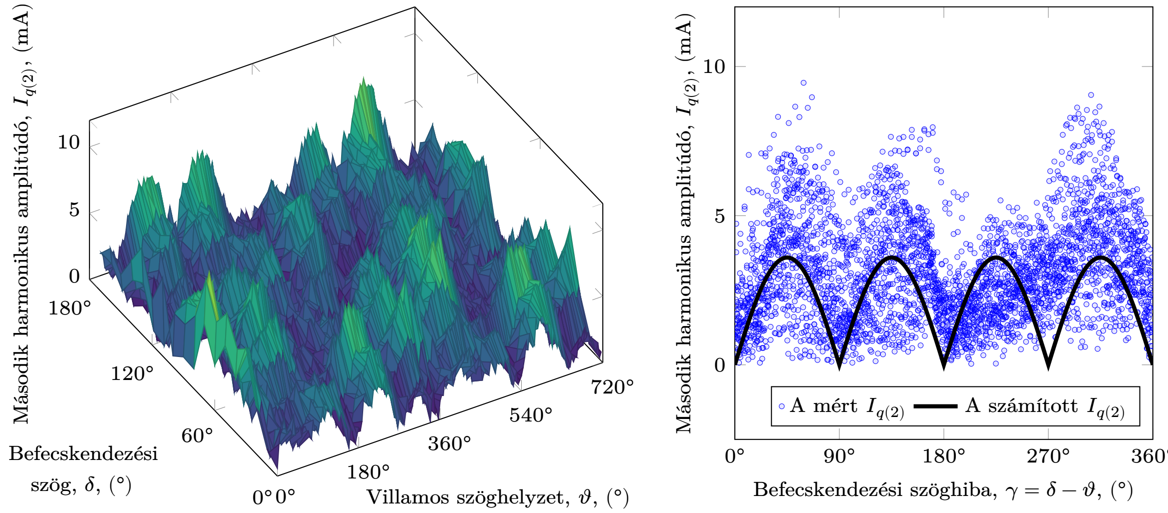


3.9. ábra. Az i_d áram második harmonikusának fázisa. (**a**) A mért értékek a befecskendezési szög és a villamos szöghelyzet függvényében ábrázolva (18 · 200 pont). (**b**) A mért és a modell által előre jelzett értékek összehasonlítása (3600 pont).

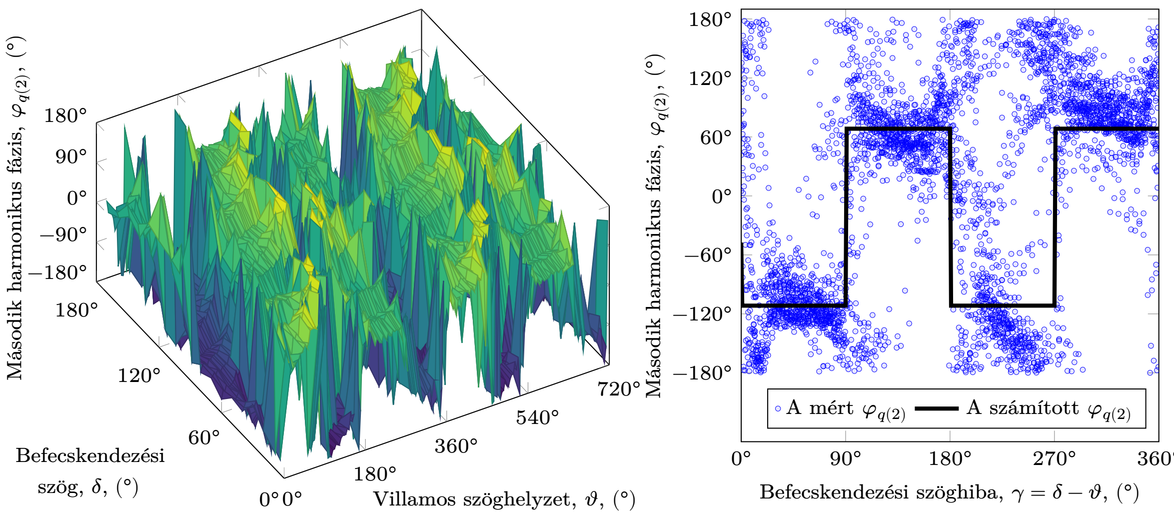
Összességében azt állapítottam meg, hogy a modell a d-irányú áram második harmonikusának amplitúdóját és fázisát is helyesen jelzi előre.

A q-irányú áram második harmonikusa

A 3.10. ábra és a 3.11. ábra mutatja a q-irányú áram második harmonikusának amplitúdóját és fázisát. A mérési eredmények itt sokkal zajosabbak, mint a d-irányú áram eredményei. A modell által előre jelzett amplitúdó kisebb, mint az árammérés $\sigma_{CM} = 4{,}4\,\mathrm{mA}$ nagyságú szórása, és az amplitúdó szögfüggése a mérési adatokból nem állapítható meg egyértelműen. A $\varphi_{q(2)}$ fázis ugyancsak elég zajos, de a mérési pontok nagyrésze a modell által előre jelzett értékek körüli csoportokban helyezkedik el.



3.10. ábra. Az i_q áram második harmonikusának amplitúdója. (**a**) A mért értékek a befecskendezési szög és a villamos szöghelyzet függvényében ábrázolva (18 · 200 pont). (**b**) A mért és a modell által előre jelzett értékek összehasonlítása (3600 pont).

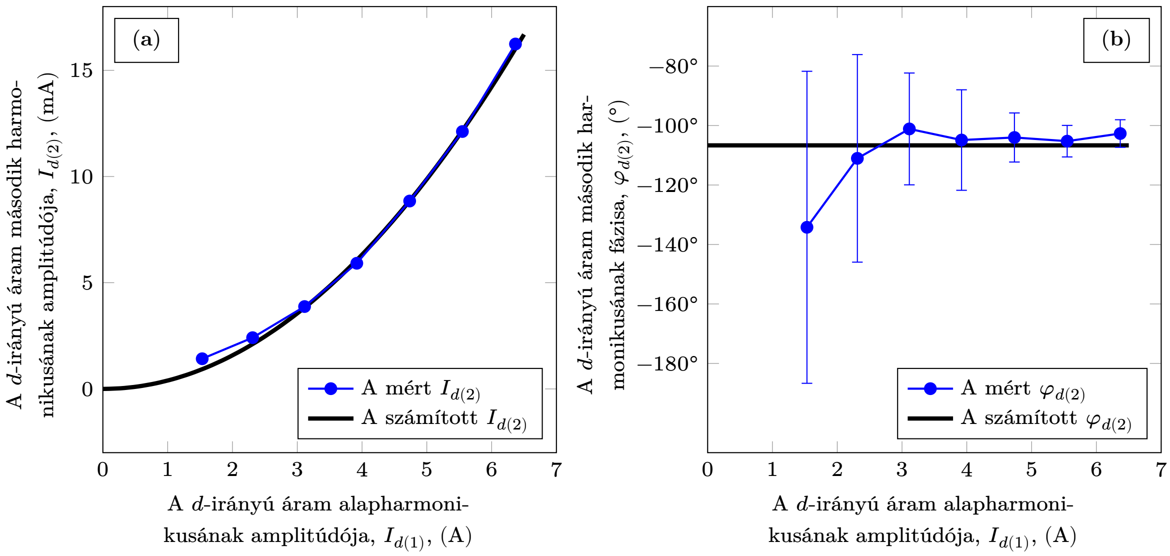


3.11. ábra. Az i_q áram második harmonikusának fázisa. (**a**) A mért értékek a befecskendezési szög és a villamos szöghelyzet függvényében ábrázolva (18 · 200 pont). (**b**) A mért és a modell által előre jelzett értékek összehasonlítása (3600 pont).

Összességében azt állapítottam meg, hogy amennyire a kivitelezhető mérésekkel meg lehet állapítani, a modell a q-irányú áram második harmonikusának amplitúdóját és fázisát is elfogadható pontossággal jelzi előre. A polaritásfelismerés szempontjából a d-irányú áramnak van kiemelt jelentősége, a q-irányú esetében elfogadható eredmény az is, hogy nincs nagyságrendi vagy nyilvánvaló szöghelyzetfüggés-beli eltérés.

3.2.3. Az amplitúdófüggés érvényesítése

Az előző szakaszban ismertetetthez hasonló méréseket végeztem 6 további kisebb befecskendezési amplitúdóval, de ezekben a mérésekben csak d-irányú befecskendezés történt, és a mérést csak 25 szöghelyzetben ismételtem meg. A mérési adatok alapján megvizs-



3.12. ábra. Az 1 kHz frekvencián mért és a modell által előre jelzett $I_{d(2)}$ és $\varphi_{d(2)}$ összehasonlítása (7·25 mérésből számítva). (**a**) Az $I_{d(2)}$ amplitúdó. (**b**) A $\varphi_{d(2)}$ fázis. A hibasávok a mért értékek szórását mutatják.

gáltam a d-irányú áram alapharmonikusának amplitúdója és második harmonikusának jellemzői közötti kapcsolatot. Ahhoz, hogy a modell a vizsgálójel méretezésében felhasználható legyen, a két amplitúdó közötti kapcsolatot pontosan kell előre jeleznie.

A 3.12. ábra $i_{d(2)}$ mért és a modell által előre jelzett amplitúdóit és fázisait ismerteti különböző $I_{d(1)}$ alapharmonikus amplitúdó értékek esetén. A mérések talán legfontosabb tanulsága, hogy az $I_{d(1)}$ és $I_{d(2)}$ amplitúdók közötti kapcsolat másodfokú függvénnyel írható le. A kibővített modellből levezetett (3.29) alapján ez a függvénykapcsolat az

$$I_{d(2)} = \frac{9}{8}\frac{\omega_c \Gamma_0}{\sqrt{R^2 + 4\omega_c^2 L_{dd}^2}} I_{d(1)}^2 \tag{3.35}$$

alakban írható fel, amennyiben a befecskendezési szöghiba $\gamma = 0$, és ebből következően $I_{q(1)} = 0\,\mathrm{A}$, hiszen ebben az esetben a befecskendezés éppen a d-irányban történik.

A második harmonikus fázisa a modell szerint nem függ az alapharmonikus amplitúdójától, hanem a befecskendezés frekvenciája és a gépparaméterek határozzák meg. A mérés szerint a fázis szórása viszont erősen függ az alapharmonikus amplitúdójától. Nagyobb amplitúdók mellett a modell által előre jelzett fázisérték helyes. A kibővített modellből levezetett (3.30) alapján a fázis számított értéke

$$\varphi_{d(2)} = 2\varphi_{d(1)} + \eta_{d(2)}. \tag{3.36}$$

Összességében azt állapítottam meg, hogy a kibővített ÁMSZG modell helyesen jellemzi a d-irányú áram alapharmonikusának $I_{d(1)}$ amplitúdója, valamint a második harmonikus $I_{d(2)}$ amplitúdója és $\varphi_{d(2)}$ fázisa közötti kapcsolatot. A kibővített modell felhasználható a polaritásfelismerésben alkalmazni kívánt modulált szinuszos vizsgálójel amplitúdójának méretezésére.

3.3. Második harmonikus alapú polaritásfelismerés

A szinuszos vizsgálójelet alkalmazó algoritmusok esetén a polaritásfelismerést a kezdeti szöghelyzet meghatározás során azután kell elvégezni, hogy az induktivitás alapú forgórész követő algoritmus megtalálta a $+d$ vagy a $-d$ tengelyt. Ezen a ponton a becsült szöghelyzet vagy $\hat{\vartheta} \approx \vartheta$ (azaz $\gamma \approx 0$) vagy $\hat{\vartheta} \approx \vartheta + \pi$ (azaz $\gamma \approx \pi$). Az induktivitás alapú algoritmusok nem tudják eldönteni, hogy melyik becslés a helyes, mivel az induktivitásmátrix a helyes $+d/+q$ rendszerben, és a helytelen, ellentétes elhelyezkedésű $-d/-q$ rendszerben azonos.

Az induktivitásmátrix Park-átalakítását π szöghibával elvégezve azt kapjuk, hogy

$$\underline{\underline{L}}_{dq}^{\text{ellen}} = \underline{\underline{T}}(\vartheta + \pi)\underline{\underline{L}}_{\alpha\beta}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta + \pi) = \begin{bmatrix} L_{dd} & 0 \\ 0 & L_{qq} \end{bmatrix} = \underline{\underline{L}}_{dq}. \tag{3.37}$$

Az összevont Hesse-mátrix viszont, ami a

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{\alpha\beta}(\vartheta) = \left(\underline{\underline{I}}_2 \otimes \underline{\underline{T}}^T(\vartheta)\right)\left(\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta) \otimes \underline{\underline{I}}_2\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{dq}\underline{\underline{T}}(\vartheta) = -\frac{3}{4}\Gamma_0 \begin{bmatrix} 3\cos\vartheta & \sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \\ \cos\vartheta & 3\sin\vartheta \end{bmatrix} \tag{3.38}$$

alakot veszi fel az α—β rendszerben, az induktivitásmátrixtól eltérően viselkedik. Ha az ellentétes $-d/-q$ rendszerben vagyunk (azaz $\gamma \approx \pi$), akkor az ellentétes összevont Hesse-mátrix

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{dq}^{\text{ellen}} = \left(\underline{\underline{I}}_2 \otimes \underline{\underline{T}}^{T-1}(\vartheta + \pi)\right)\left(\underline{\underline{T}}(\vartheta + \pi) \otimes \underline{\underline{I}}_2\right)\underline{\underline{\Gamma}}_{\alpha\beta}(\vartheta)\,\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta + \pi) = -\underline{\underline{\Gamma}}_{dq}, \tag{3.39}$$

azaz éppen a -1-szerese a helyes Hesse-mátrixnak. A motor ebben az esetben úgy viselkedik, mintha a Γ_0^{ellen} paraméterének értéke $-\Gamma_0$ lenne. Ez az előjelváltás természetesen hatással van a feszültségegyenletek négyzetes tagjaira, és az áramok második harmonikusai további 180°-os fázistoláson mennek keresztül. Ennek köszönhetően a polaritása a d-irányú áram második harmonikusának fázisa alapján meghatározható. A fázisváltozás helyett előjeles amplitúdót is lehetne használni, de a modellezés során úgy döntöttem, hogy az amplitúdó értékek ne legyenek negatívak. Amennyiben $-d$-irányú befecskendezés történik a helyes $+d/+q$ koordináta-rendszerben, a γ befecskendezési szöghibával értéke 180° lesz.

A Hesse-mátrix eltérő viselkedésének bemutatására használhatnánk bármelyik másik állórészhez kötött koordináta-rendszert, és a zérusrendű elemeket is figyelembe vehetnénk. Mindegyik esetben azt tapasztalnánk, hogy a helyes $+d/+q$ rendszerből inverz transzformálva, majd az ellentétes $-d/-q$ rendszerbe transzformálva 180° hibával, az induktivitásmátrix nem változik, a Hesse-mátrix, illetve a látszólagos polaritásfüggő telítődési együttható viszont előjelet vált.

3.3.1. A polaritás hatása a második harmonikus fázisára

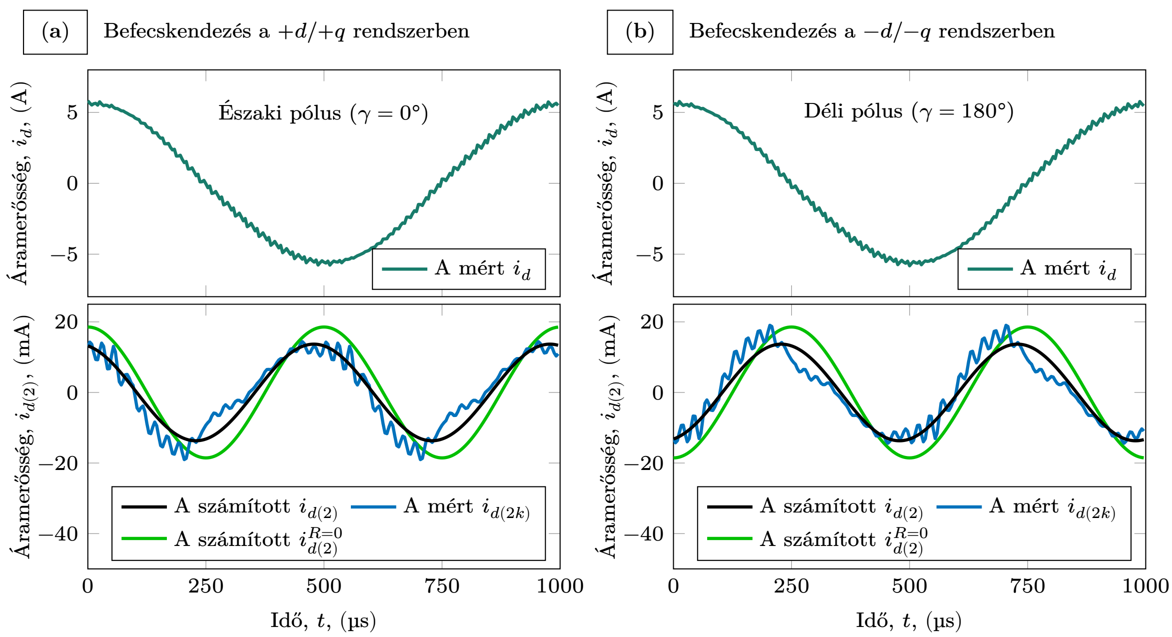
Az $i_{d(2)}$ feszültséghez viszonyított fázisa alapján eldönthető, hogy a $+d/+q$ vagy $-d/-q$ koordináta-rendszerben vagyunk. A feszültség jelet azonban a gyakorlatban nem tudjuk viszonyítási alapként használni a fáziseltolódásokhoz, mivel a hajtásokban általában nem mérik vissza a feszültségeket, a hajtás elektronikája azonban ismeretlen késleltetést okoz a digitális I/O portok és a motor tekercselése között. A befecskendezett feszültség helyett a d-irányú áram alapharmonikusát használtam viszonyítási alapként, és a polaritásfüggő mennyiség a

$$\Delta\varphi_{d(2)} = \varphi_{d(2)} - 2\varphi_{d(1)}, \tag{3.40}$$

azaz a d-irányú áram második harmonikusa és alapharmonikusa között mérhető fáziskülönbség lett. A kibővített ÁMSZG modell alapján a fáziskülönbség a két pólus közelében az alábbi két értéket veszi fel:

$$\Delta\varphi_{d(2)}(\gamma = 0) = \eta_{d(2)} \quad \text{és} \quad \Delta\varphi_{d(2)}(\gamma = \pi) = \eta_{d(2)} - \pi. \tag{3.41}$$

A 3.13. ábra részein látható a mért d-irányú áram egy periódusa, valamint a belőle kinyert páros harmonikus tartalom ($i_{d(2k)}$), amit a második harmonikusra vonatkozó mérésnek lehet tekinteni, és emellett szerepel még a kidolgozott modell által előre jelzett ($i_{d(2)}$), valamint a tisztán induktív, a fázisellenállást elhanyagoló modell szerinti második harmonikus ($i^{R=0}_{d(2k)}$). Az ábra bal és jobb oldala a $\gamma = 0$ és a $\gamma = \pi$ helyzeteknek, azaz gyakorlatilag az északi és a déli pólusnak felel meg.



3.13. ábra. A mért d-irányú áram, a páros harmonikus tartalma és a modell által előre jelzett második harmonikus. (**a**) Befecskendezés a $+d/+q$ koordináta-rendszerben. (**b**) Befecskendezés a $-d/-q$ koordináta-rendszerben.

3.3.2. A látszólagos d-irányú áram jellemzői

A szinuszos vizsgálójellel történő polaritásfelismerés elvileg azután történik, hogy az induktivitás alapú algoritmus megtalálta a $+d/-d$ tengelyt, és a befecskendezés a tengely irányában történik, de arra nincs garancia, hogy a tengely helyét pontosan sikerül meghatározni. Ez azt jelenti, hogy nem számíthatunk arra, hogy a γ értéke pontosan 0 vagy pontosan π lesz a polaritásfelismerés közben. Emiatt az áram, amit a feltételezett d-irányban mérünk csak egy látszólagos d-irányú mennyiség, ami valódi $\underline{i}_{dq}$ áramvektor vetülete a becsült d tengely irányában.

Az $\underline{i}_{dq}$ áramvektor becsült d-irányú vetülete, $\hat{\imath}_d$, a valódi áramvektor $-\gamma$ szöggel történő elforgatásával állítható elő

$$\hat{\underline{\imath}}_{dq} = \underline{\underline{R}}(-\gamma)\,\underline{i}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma \\ -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

alapján

$$\hat{\imath}_d = i_d \cos\gamma + i_q \sin\gamma \tag{3.43}$$

alakban. A fáziseltolódás az $\hat{\imath}_d$ második és alapharmonikusa között

$$\Delta\hat{\varphi}_{d(2)} = \hat{\varphi}_{d(2)} - 2\hat{\varphi}_{d(1)}, \tag{3.44}$$

ahol $\hat{\varphi}_{d(1)}$ és $\hat{\varphi}_{d(2)}$ az alapharmonikus és a második harmonikus fázisa.

Az $\hat{\imath}_d$ látszólagos d-irányú áram harmonikusainak amplitúdói és fázisai a valós i_d és i_q jellemzőiből kiindulva, a (3.43) szerinti forgatással számíthatók.

Az $\hat{\imath}_d$ alapharmonikusának amplitúdója

$$\hat{I}_{d(1)} = \sqrt{I_{d(1)}^2 \cos^2\gamma + I_{d(1)} I_{q(1)} \cos(\varphi_{d(1)} - \varphi_{q(1)}) \sin(2\gamma) + I_{q(1)}^2 \sin^2\gamma}. \tag{3.45}$$

Az $\hat{\imath}_d$ alapharmonikusának fázisa

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_{d(1)} = \ \operatorname{atan2}\Big(&I_{d(1)} \sin\varphi_{d(1)} \cos\gamma + I_{q(1)} \sin\varphi_{q(1)} \sin\gamma, \\ &I_{d(1)} \cos\varphi_{d(1)} \cos\gamma + I_{q(1)} \cos\varphi_{q(1)} \sin\gamma\Big).\end{aligned} \tag{3.46}$$

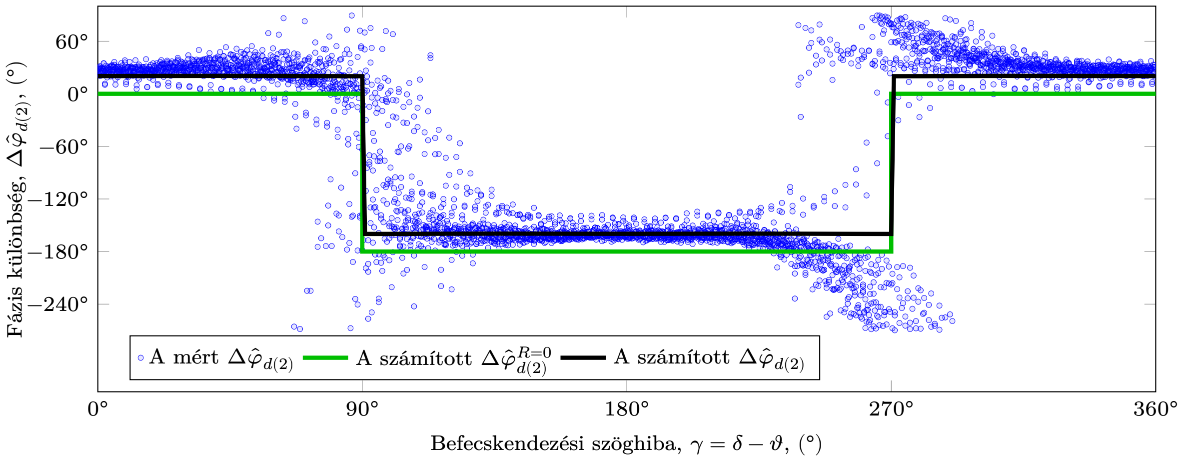
Az $\hat{\imath}_d$ második harmonikusának amplitúdója

$$\hat{I}_{d(2)} = \sqrt{I_{d(2)}^2 \cos^2\gamma + I_{d(2)} I_{q(2)} \cos(\varphi_{d(2)} - \varphi_{q(2)}) \sin(2\gamma) + I_{q(2)}^2 \sin^2\gamma}. \tag{3.47}$$

Az $\hat{\imath}_d$ második harmonikusának fázisa

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_{d(2)} = \ \operatorname{atan2}\Big(&I_{d(2)} \sin\varphi_{d(2)} \cos\gamma + I_{q(2)} \sin\varphi_{q(2)} \sin\gamma, \\ &I_{d(2)} \cos\varphi_{d(2)} \cos\gamma + I_{q(2)} \cos\varphi_{q(2)} \sin\gamma\Big).\end{aligned} \tag{3.48}$$

A 3.14. ábra mutatja a látszólagos fáziskülönbség mért és a modell alapján számított értékeit. A javasolt modell a fázisellenállás figyelembe vétele esetén megfelelő pontossággal jósolja meg a fáziskülönbséget. Az adatok azt mutatják, hogy a polaritásfelismerés a $+d$ és $-d$ irányok körüli betáplálásnál a legmegbízhatóbb, míg a q irány körül nem lehetséges a polaritásfelismerés.



3.14. ábra. A látszólagos d-irányú áram második és alapharmonikusa közötti fáziseltolódás mért és a modell által előre jelzett értékeinek összehasonlítása (3600 pont).

3.3.3. A fázisellenállás elhanyagolásának hatása

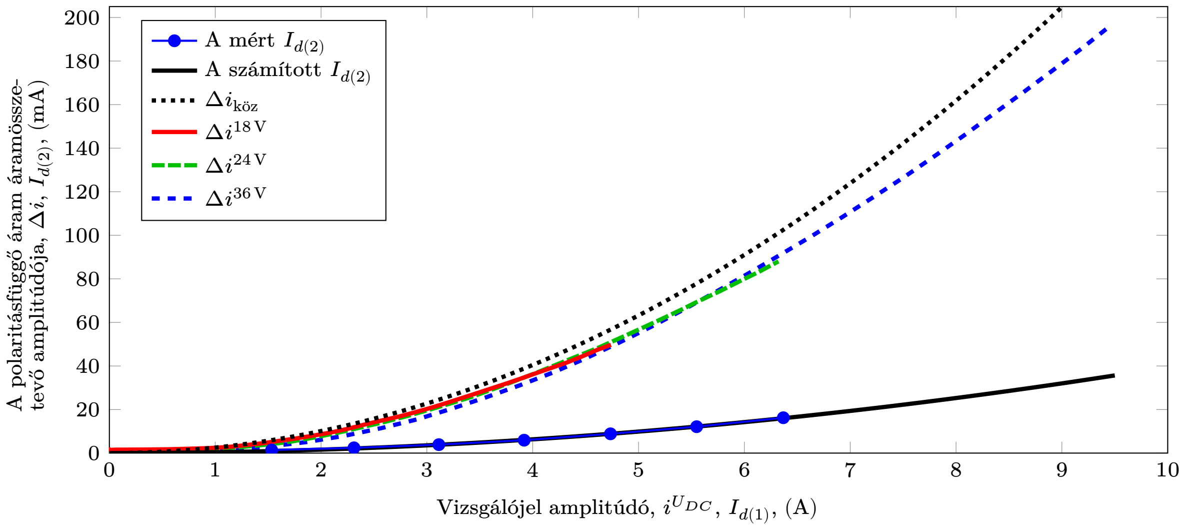
A létező nagyfrekvenciás modellekben általában elhanyagolják a fázisellenállásokat [33, 34, 63, 71]. A kibővített modellt és a mérési eredményeket felhasználva megvizsgáltam, hogy ennek milyen és mekkora hatása van.

A 3.13. és 3.14. ábra az elhanyagolt fázisellenállás esetén előre jelzett második harmonikusokat és fáziskülönbséget is mutatja ($i^{R=0}_{d(2)}$ és $\Delta\hat{\varphi}^{R=0}_{d(2)}$). A fázisellenállást figyelembe vevő kibővített modell jobb előrejelzést ad mind a második harmonikus amplitúdójára, mind a fázisára. A tisztán induktív modell túlbecsüli az amplitúdót és nagyobb hibával jelzi előre a fáziseltolódást. A fáziseltolódást az északi pólus körüli félsíkon 0°-nak, a déli pólus körüli félsíkon 180°-nak jelzi előre.

3.4. A négyszög és a szinusz befecskendezés összehasonlítása

A jelbefecskendezéssel történő kezdeti szöghelyzet meghatározásban és polaritásfelismerésben leggyakrabban alkalmazott két vizsgálójel a nemmodulált négyszögjel és a modulált szinuszjel. Mellettük az alapvető impulzusszélesség-modulációs gerjesztés használható még fel, ahol kapcsolási tranziensekre adott nagyfrekvenciás válaszáramból lehet szöghelyzet és polaritás információt kinyerni. A három módszerről néhány általánosabb jellegű tulajdonság ismert a szakirodalomban.

A nemmodulált négyszögjel befecskendezéses módszerek véges számú impulzusból és kisszámú mérésből, jó jel-zaj viszonnyal, minimális számítási igénnyel, gyorsan eredményt szolgáltatnak, de csak terheletlen állóhelyzetben alkalmazhatók, de a vizsgálójel hosszának és az áramválasz csúcsértékének növekedésével a forgórész megmozdításának



3.15. ábra. A négyszögjeles és szinuszos befecskendezés összehasonlítása.

valószínűsége növekszik. Az ISZM gerjesztés alapú módszerek több szempontból is a másik végletet jelentik. A jel-zaj viszony rossz, viszont ez ellensúlyozható a hosszabb idejű adatgyűjtéssel. Feltételezve, hogy a zaj várható értéke nulla, nagyszámú mintából is megállapítható a szöghelyzet és a polaritás, de a mérés sokkal hosszabb időt vehet igénybe. Fontos előnye az ISZM gerjesztés alapú módszereknek, hogy a terhelési állapottól függetlenül alkalmazhatók. A szinuszos befecskendezés az előbbi kettő között helyezkedik el. A betáplálás jellegéből kifolyólag ez is alkalmazható a terhelési állapottól függetlenül, de a jel-zaj viszony rossz, ami miatt nagyszámú minta gyűjtésére és szűrésre lehet szükség a jelfeldolgozás során.

A szakirodalomban nem ismert a vizsgálójel amplitúdója és a polaritás információt hordozó áramösszetevő amplitúdója közötti viszony. A kibővített ÁMSZG modell és a modellérvényesítéshez végzett mérések alapján azonban ezt meg tudtam vizsgálni. A szinuszos befecskendezés esetén a polaritás információt hordozó d-irányú áram második harmonikusának amplitúdó függését a 3.12. ábrán ismertettem, és közelítésére a (3.35) összefüggést dolgoztam ki.

A négyszögjel betáplálás esetén a jelhordozó a felfutó és lefutó befecskendezésekre adott áramválaszok előjeles összege (3.11)–(3.13) szerint. A vizsgálójel amplitúdójának a fel- és lefutó fázisáramok $i^{U_{DC}}$ középértékét tekinthetjük.

$$i^{U_{DC}} = \frac{1}{2}\left(i_g^{G+} - i_g^{G-}\right) \tag{3.49}$$

A gerjesztés irányába eső fázisban a (3.11) szerinti fázisáram-különbség és az $i^{U_{DC}}$ fázisáram-középérték kapcsolatának közelítésére

$$\Delta i_{\text{köz}} \approx -\frac{\Gamma_{ddd}}{L_{dd}}(i^{U_{DC}})^2 \tag{3.50}$$

összefüggést dolgoztam ki, ami szerint szinuszos esethez hasonlóan négyzetes kapcsolat van a két mennyiség között.

A 3.15. ábrán látható a vizsgálójel amplitúdója és a polaritásfüggő áramösszetevő amplitúdója közötti kapcsolat szinuszos, illetve négyszögjel befecskendezés esetén. A szinuszos esethez a 3.12. ábra tartalmát másoltam. A négyszögjeles esethez a (3.50) közelítő összefüggést, valamint 18 V, 24 V és 36 V közbenső köri egyenfeszültség mellett rögzített mérési adatsorokat ábrázoltam.

Az összehasonlítás tanulsága, hogy ugyanakkora vizsgálójel amplitúdó mellett a négyszögjel befecskendezés megközelítőleg ötször nagyobb polaritásfüggő áramösszetevőt szolgáltat. Emiatt a terheletlen állóhelyzetben történő kezdeti szöghelyzet meghatározásban a polaritásfelismerésre a négyszögjel befecskendezést célszerű alkalmazni.

3.5. A fejezet összefoglalása, az új tudományos eredmények

A kapcsolódó tudományos közleményeim: [F-1], [F-2], [K-1], [K-4], [E-3]

Kísérleti úton érvényesítettem a kidolgozott újszerű állandó mágneses szinkrongép modellt, igazolva, hogy feszültségjel-befecskendezés esetén helyesen jelzi előre a polaritás információt hordozó áram-összetevők tranziens viselkedését és szöghelyzetfüggését.

3.1. altézis

Háromfázisos négyszögjel-betáplálásos mérésekkel igazoltam, hogy a modell helyesen jelzi előre, hogy az azonos nagyságú, felfutó és lefutó éllel kezdődő négyszög feszültségjelekre adott áramválaszok között eltérés van. Az áramválasz-különbség villamos szöghelyzetfüggését döntően térbeli alapharmonikus határozza meg és ennek köszönhetően felhasználható a forgórész mágnesek polaritásának felismerésében.

3.2. altézis

Impulzusszélesség-modulált szinuszos befecskendezéses mérésekkel igazoltam a modell közelítő megoldása által az áramokban előre jelzett polaritásfüggő frekvencia kétszereződés meglétét. A d-irányú áram időbeli második harmonikusának alapharmonikushoz viszonyított fáziseltolódása alapján a forgórész mágnesek polaritása felismerhető.

3.3. altézis

Összehasonlítottam a négyszögjel-betáplálásos és a szinuszos jelbefecskendezést, és igazoltam, hogy négyszögjel-betáplálás esetén ugyanakkora áram-csúcsértékek mellett a polaritás információt hordozó áram-összetevő lényegesen nagyobb értékű, azaz állóhelyzetben, terheletlen motor esetén ezt a módszert célszerű alkalmazni a polaritásfelismerésére.

4. Érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározó és polaritásfelismerő módszer

A kibővített és érvényesített ÁMSZG modell, valamint a paraméter identifikációhoz és a modell érvényesítéséhez felhasznált mérési adatok alapján igazoltam, hogy négyszögjel-betáplálás esetén ugyanakkora áram-csúcsértékek mellett a polaritás információt hordozó áram-összetevő lényegesen nagyobb értékű, mint szinuszos befecskendezés esetén (3.15. ábra). A mérési eredményekre támaszkodva saját érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározó és polaritásfelismerő módszert dolgoztam ki, amely négyszög feszültségjel befecskendezést alkalmaz.

A befecskendezett feszültségjel kiválasztásakor a [34] és [49] forrásokban ismertetett unipoláris páratlan négyszögjel befecskendezést fejlesztettem tovább. A kiválasztott bipoláris, nemmodulált, páros négyszög feszültségjel és a hatlépéses befecskendezési eljárás a 4.1. ábrán látható. A vizsgálójel alakját tekintve megegyezik a négyszögjel befecskendezés alapú modell érvényesítésnél végzett mérések feszültség bemenetével, és ugyanazon előnyös tulajdonságok miatt alkalmaztam. Az áramválasza közel szimmetrikus, és emiatt nem okoz nemkívánatos elfordulást.

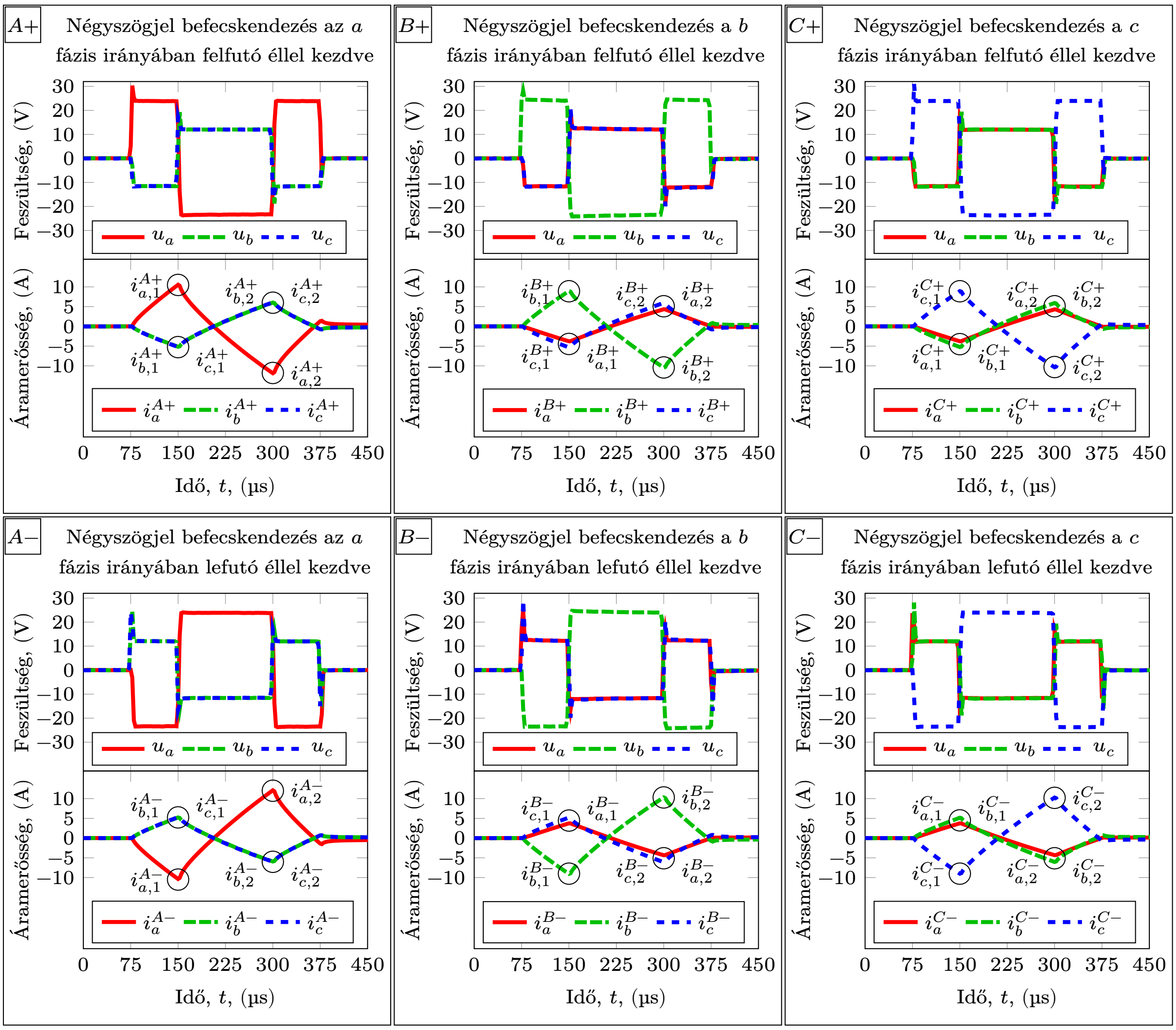
Az érzékelő nélküli algoritmus kidolgozása során olyan matematikai összefüggéseket kerestem, amelyekkel az áramválaszokból ki lehet számítani a forgórész szöghelyzetét és fel lehet ismerni a polaritását, méghozzá lehetőleg kisszámú mintavétellel és kis számításigénnyel. A módszer fejlesztéséhez a négyszögjel befecskendezés alapú modell érvényesítés során végzett mérések adatait használtam fel. Megvizsgáltam, hogy a szöghelyzet meghatározást terhelő becslési hiba miként függ az áramválasz amplitúdójától, és ez alapján a befecskendezett négyszögjel hosszának méretezésére szolgáló eljárást dolgoztam ki. A kifejlesztett érzékelő nélküli módszer állóhelyzetben, terheletlen motor esetén képes a forgórész szöghelyzetének meghatározására és a polaritásfelismerésére.

4.1. Szöghelyzet meghatározás és polaritásfelismerés

A 4.1. ábrán látható hat befecskendezési lépés 18 fázisáram-csúcsértéket eredményez az első csúcshoz ($k = 1$, $t = 150\,\mu\text{s}$) és további 18 csúcsértéket a második csúcshoz ($k = 2$, $t = 300\,\mu\text{s}$). Mivel ezek az áramértékek mind hordoznak információt a forgórész szöghelyzetéről és a mágnesek polaritásáról, olyan számítási algoritmust dolgoztam ki, amely felhasználja az összeset és olyan módon vonja össze őket, hogy a szöghelyzetfüggő összetevőik felerősítsék egymást.

4.1.1. Középérték és különbség képzés

Az áramértékek feldolgozásának első lépésében a fázisáram-válaszok csúcsértékeit a (4.1)–(4.3) egyenletekben megadott átlag- és különbségértékekké rendezem át a 2.2. táblázatban bemutatott általánosított indexelést alkalmazva.



4.1. ábra. A hat befecskendezési lépés közben mért fázisfeszültségek és fázisáramok egy adott forgórész szöghelyzet esetén ($\vartheta = 0°$).

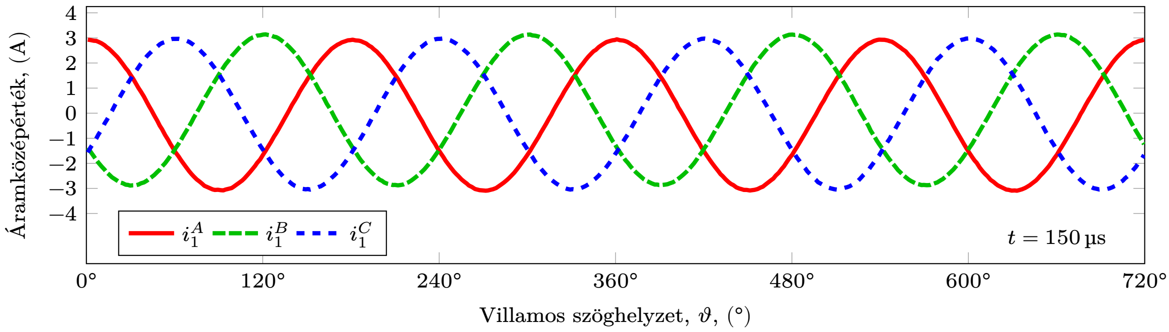
A fázisáram középértékeket $i^G_{g,k}$, $i^G_{p,k}$ és $i^G_{n,k}$, a fázisáram különbségeket pedig $\Delta i^G_{g,k}$, $\Delta i^G_{p,k}$ és $\Delta i^G_{n,k}$ jelöli.

$$i^G_{g,k} = \frac{1}{2}\left(i^{G+}_{g,k} - i^{G-}_{g,k}\right), \quad \Delta i^G_{g,k} = i^{G+}_{g,k} + i^{G-}_{g,k} \tag{4.1}$$

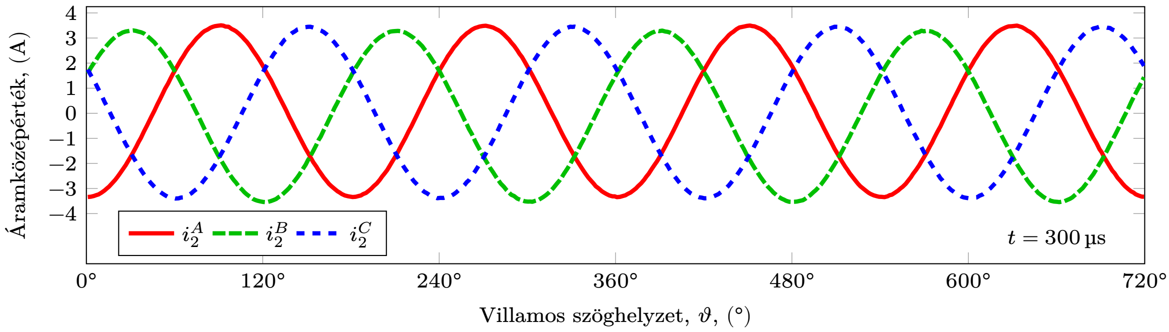
$$i^G_{p,k} = \frac{1}{2}\left(i^{G+}_{p,k} - i^{G-}_{p,k}\right), \quad \Delta i^G_{p,k} = i^{G+}_{p,k} + i^{G-}_{p,k} \tag{4.2}$$

$$i^G_{n,k} = \frac{1}{2}\left(i^{G+}_{n,k} - i^{G-}_{n,k}\right), \quad \Delta i^G_{n,k} = i^{G+}_{n,k} + i^{G-}_{n,k} \tag{4.3}$$

A középérték és különbség képzéssel az áramértékek páros és páratlan térbeli harmonikus tartalma szétválasztódik. A 9 fázisáram középértékbe kerül páros, a 9 fázisáram különbségbe pedig a páratlan harmonikus tartalom. A páros harmonikus tartalmat lényegében az induktivitások második térbeli harmonikusai, a páratlant pedig a telítődési együtthatók térbeli alapharmonikusai okozzák.



4.2. ábra. Az összevont áramközépértékek a vizsgálójelre adott áramválasz első csúcsánál ($t = 150\,\mu s$, $3 \cdot 400$ mérési pont).



4.3. ábra. Az összevont áramközépértékek a vizsgálójelre adott áramválasz második csúcsánál ($t = 300\,\mu s$, $3 \cdot 400$ mérési pont).

4.1.2. Áramérték-összevonás

Az áramértékek feldolgozásának második lépésében a fázisáram középértékek és a fázisáram különbségek összevonása történik (4.4)–(4.6) szerint, amivel 3 összevont áramközépértéket és 3 összevont áramkülönbséget kapunk.

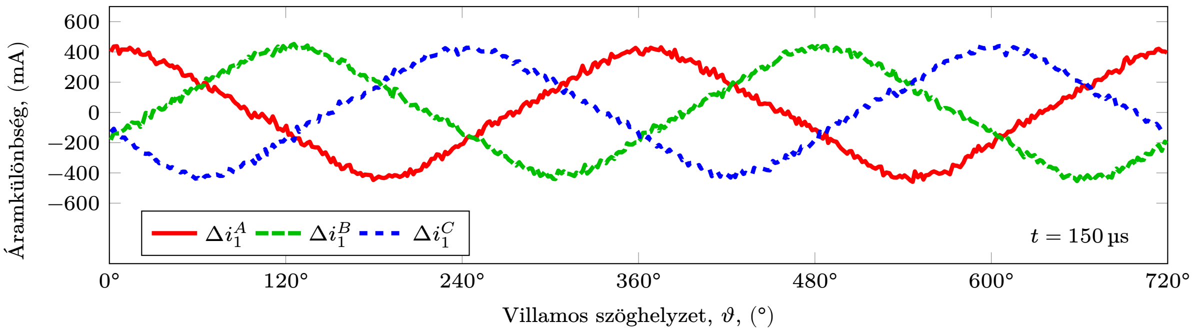
$$i_k^A = i_{a,k}^A + i_{b,k}^C + i_{c,k}^B, \quad \Delta i_k^A = \Delta i_{a,k}^A - \Delta i_{b,k}^A - \Delta i_{c,k}^A \tag{4.4}$$

$$i_k^B = i_{b,k}^B + i_{c,k}^A + i_{a,k}^C, \quad \Delta i_k^B = \Delta i_{b,k}^B - \Delta i_{c,k}^B - \Delta i_{a,k}^B \tag{4.5}$$

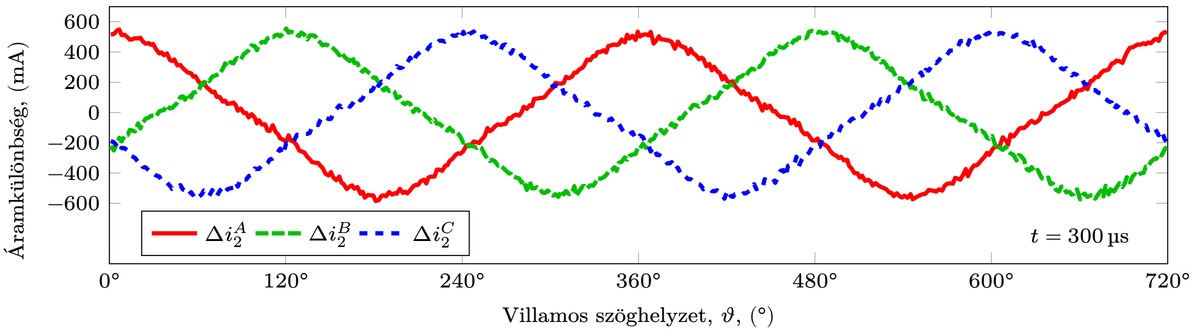
$$i_k^C = i_{c,k}^C + i_{b,k}^A + i_{a,k}^B, \quad \Delta i_k^C = \Delta i_{c,k}^C - \Delta i_{a,k}^C - \Delta i_{b,k}^C \tag{4.6}$$

Az összevont áramközépértékeket i_k^A, i_k^B és i_k^C, az összevont áramkülönbségeket pedig Δi_k^A, Δi_k^B és Δi_k^C jelöli. Az összevonás az azonos vagy hasonló térbeli fáziseltolódású mennyiségek előjeles összegét képzi, és egyrészt csökkenti a kezelendő mennyiségek számát, ami miatt az általánosított indexelésre nincs szükség, másrészt összevonja és felerősíti a térbeli harmonikus tartalmat, javítva a jel-zaj viszonyt.

A 4.2. és 4.3. ábrákon látható az összevont áramközépértékek szöghelyzetfüggése. Az összevont áramközépértékek esetén a második térbeli harmonikus a meghatározó, mivel ezeket döntően az induktivitások befolyásolják. A pozitív és negatív fázisáramok összevonásának kedvező következménye, hogy a görbék középértéke nulla. Az amplitúdójuk a második csúcsnál valamivel nagyobb (3 A és 3,4 A), és ellentétes előjelű.



4.4. ábra. Az összevont áramkülönbségek a vizsgálójelre adott áramválasz első csúcsánál ($t = 150\,\mu s$, $3 \cdot 400$ mérési pont).



4.5. ábra. Az összevont áramkülönbségek a vizsgálójelre adott áramválasz második csúcsánál ($t = 300\,\mu s$, $3 \cdot 400$ mérési pont).

A 4.4. és 4.5. ábrákon látható az összevont áramkülönbségek szöghelyzetfüggése. Az összevonás kiindulási alapjául szolgáló fázisáram különbségeket korábban a modellérvényesítés kapcsán a 3.5–3.7. ábrákon ábrázoltam. A különbség görbék esetén a térbeli alapharmonikus a meghatározó, mivel ezeket döntően a telítődési együtthatók befolyásolják. A négyzetes tag és a telítődési együtthatók okozta nemlinearitás miatt kissé háromszögszerű a fázisáram különbség görbék és a belőlük képzett összevont görbék alakja. Az áramközépértékekhez hasonlóan a második csúcsnál nagyobb amplitúdókat mértem, és itt a különbség a két csúcs görbéi között jelentősebb. Az átlagos amplitúdó 395 mA-ről 486 mA-re növekedett.

A forgórész szöghelyzetének számítása során mind az összevont áramközépértékek, mind az összevont áramkülönbségek felhasználhatók, és mind az első, mind a második csúcsnál rögzített áramértékekből ki lehet nyerni a szöghelyzet és a polaritás információt. Elvi szinten a befecskendezés folyamán bármikor rögzített áramértékekből lehetséges a számítás, de a legnagyobb áramértékeknél kapjuk a legjobb jel-zaj viszonyt.

A mindkét csúcsnál és mindkét összevont mennyiségből történő számítás esetén három, ideális esetben térben egyenletesen elosztott, nulla középértékű és azonos amplitúdójú, megközelítőleg szinuszos görbe alapján kell a szöghelyzetet meghatározni. A következő szakaszokban az erre a célra kidolgozott összefüggéseket ismertetem.

4.1.3. A szöghelyzet számítása az összevont áramközépértékekből

Jelölje A_1 az összevont áramközépérték görbék amplitúdóját az első csúcsnál (lásd 4.2. ábra). Legyen $\alpha_1^M = A_1 \cos(2\vartheta)$ és $\beta_1^M = A_1 \sin(2\vartheta)$. Az összevont áramközépértékek görbéit egymáshoz képes 120°-kal eltolt koszinusz függvényekkel közelítettem, amelyeket a trigonometriai addíciós tételek alkalmazásával α_1^M és β_1^M lineáris kombinációira bontottam. Az így kapott túlhatározott egyenletrendszer szerint

$$\begin{bmatrix} i_1^A \\ i_1^B \\ i_1^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \cos(2\vartheta) \\ A_1 \cos(2\vartheta+120°) \\ A_1 \cos(2\vartheta+240°) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1^M \\ \beta_1^M \end{bmatrix}. \tag{4.7}$$

Az egyenletrendszer megoldása a közönséges legkisebb négyzetek módszere szerint

$$\alpha_1^M = \frac{2}{3} i_1^A - \frac{1}{3} i_1^B - \frac{1}{3} i_1^C \quad \text{és} \quad \beta_1^M = -\frac{i_1^B}{\sqrt{3}} + \frac{i_1^C}{\sqrt{3}}. \tag{4.8}$$

A (4.7) jobb oldalán szereplő együttható mátrix az inverz Clarke-transzformációs mátrixból a zérusrendű elemekhez tartozó oszlop elhagyásával állítható elő. Emiatt α_1^M és β_1^M értelmezhető az összevont áramközépértékekből képzett, 2ϑ irányba mutató vektor két koordinátájaként.

A második csúcsnál az egyenletrendszert módosítani kell, mert itt az összevont áramközépértékek fordított előjelűek (lásd 4.3. ábra).

$$\begin{bmatrix} i_2^A \\ i_2^B \\ i_2^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_2 \cos(2\vartheta) \\ -A_2 \cos(2\vartheta+120°) \\ -A_2 \cos(2\vartheta+240°) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2^M \\ \beta_2^M \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

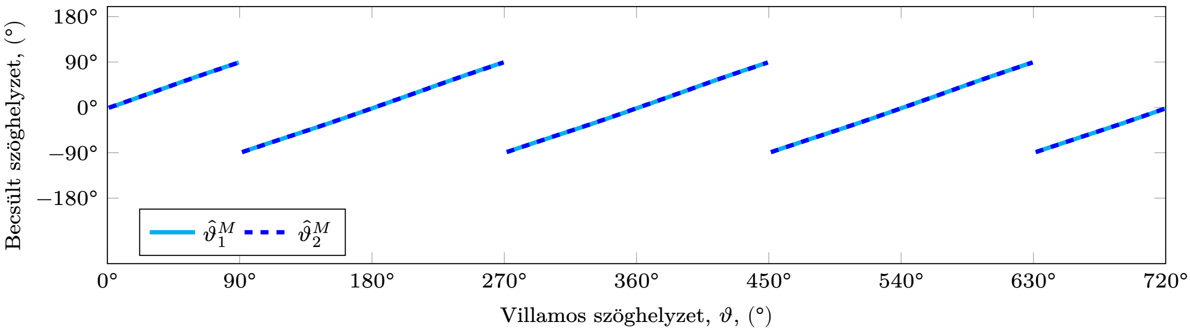
Az egyenletrendszer megoldása

$$\alpha_2^M = -\frac{2}{3} i_2^A + \frac{1}{3} i_2^B + \frac{1}{3} i_2^C, \quad \text{és} \quad \beta_2^M = \frac{i_2^B}{\sqrt{3}} - \frac{i_2^C}{\sqrt{3}}. \tag{4.10}$$

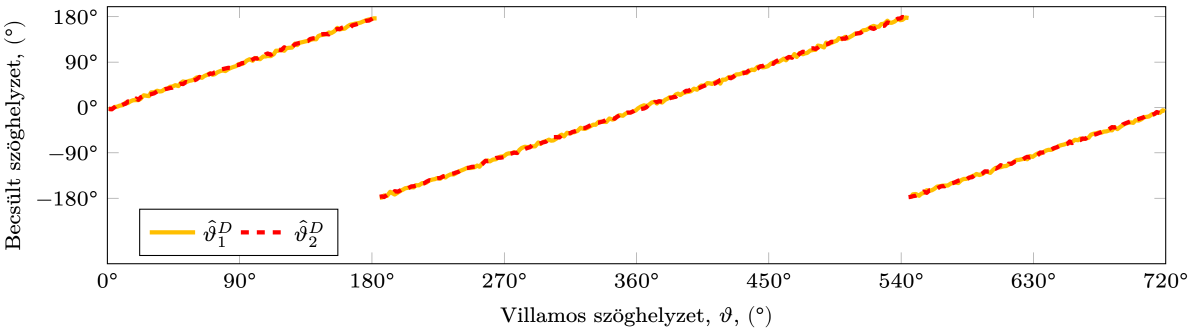
Az áramközépértékek alapján becsült $\widehat{\vartheta}_k^M$ szöghelyzetek számítása ezután a kétváltozós vagy négynegyedes $\operatorname{atan2}(y, x)$ arkusz tangens függvénnyel történik, és mindkét csúcsnál alkalmazható a

$$\widehat{\vartheta}_k^M = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}\left(\beta_k^M, \alpha_k^M\right) \tag{4.11}$$

összefüggés. Az áramközépértékek alapján becsült $\widehat{\vartheta}_k^M$ szöghelyzetek a 4.6. ábrán láthatók. Mind $\widehat{\vartheta}_1^M$-et, mind $\widehat{\vartheta}_2^M$-et $\pm 180°$-os bizonytalanság terheli. Az értékük a $[-90°, 90°]$ intervallumra korlátozódik.



4.6. ábra. Az összevont áramközépértékek alapján becsült forgórész szöghelyzet. A becslést 180° bizonytalanság terheli (2·400 mérési pont).



4.7. ábra. Az összevont áramkülönbségek alapján becsült forgórész szöghelyzet. A becslés villamos szögben egyértelmű (2·400 mérési pont).

4.1.4. A szöghelyzet számítása az összevont áramkülönbségekből

Jelölje A_k a k csúcshoz tartozó összevont áramkülönbség görbék amplitúdóját (lásd 4.4. és 4.5. ábra). Ezeknek a görbéknek az első térbeli harmonikusa a meghatározó, ezért legyen $\alpha_k^D = A_1\cos(\vartheta)$ és $\beta_k^D = A_1\sin(\vartheta)$. Az összevont áramkülönbségek görbéit egymáshoz képes 120°-kal eltolt koszinusz függvényekkel közelítettem, amelyeket a trigonometriai addíciós tételek alkalmazásával α_k^D és β_k^D lineáris kombinációira bontottam. Az így kapott túlhatározott egyenletrendszer szerint

$$\begin{bmatrix}\Delta i_k^A\\ \Delta i_k^B\\ \Delta i_k^C\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_k\cos(\vartheta)\\ A_k\cos(\vartheta-120°)\\ A_k\cos(\vartheta-240°)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{1}{2} & \dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ -\dfrac{1}{2} & -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_k^D\\ \beta_k^D\end{bmatrix}. \tag{4.12}$$

Az egyenletrendszer megoldásai a kétfázisú koordinátákra

$$\alpha_k^D = \frac{2}{3}\Delta i_k^A - \frac{1}{3}\Delta i_k^B - \frac{1}{3}\Delta i_k^C \quad \text{és} \quad \beta_k^D = \frac{\Delta i^B}{\sqrt{3}} - \frac{\Delta i^C}{\sqrt{3}}. \tag{4.13}$$

Az (4.7), (4.9) és (4.12) egyenletek túlhatározottak, három mért értékből kettő ismeretlent kell meghatározni. Ezt azt jelzi, hogy a szöghelyzet meghatározás az összevonási képletek átalakítása után akkor is elvégezhető, ha csak két fázisáram mérésére van mód.

Ennek a gyakorlati jelentőségét az adja, hogy számos hajtásban a költségcsökkentés végett csak két fázisáram mérését építik ki. A kidolgozott algoritmus úgy is alkalmazható egy ilyen hajtásban, ha a harmadik fázisáramot a csillagponti törvény alapján számítjuk ki, de ez növeli a számításigényt. Az értekezésben ennek a lehetőségnek részletesebb vizsgálatával nem foglalkoztam.

Az összevont áramkülönbségek alapján becsült $\hat{\vartheta}_k^D$ szöghelyzetek számítása ezután az áramközépérték alapú becsléshez hasonlóan az $\operatorname{atan2}(y,x)$ kétváltozós arkusz tangens függvénnyel történik mindkét csúcsnál.

$$\hat{\vartheta}_k^D = \operatorname{atan2}\left(\beta_k^D, \alpha_k^D\right) \tag{4.14}$$

Az összevont áramkülönbségek alapján becsült $\hat{\vartheta}_k^D$ szöghelyzetek a 4.7. ábrán láthatók. Köszönhetően az áramkülönbséget okozó telítődési együtthatók meghatározó térbeli alapharmonikusainak, sem $\hat{\vartheta}_1^D$-t, sem $\hat{\vartheta}_2^D$-t nem terheli 180°-os bizonytalanság. Az értékük a teljes $[-180°, 180°]$ villamos szögtartományt lefedi, azaz tartalmazza a keresett polaritás információt.

4.1.5. Polaritásfelismerés

A szűkebb értelemben vett polaritásfelismerés az összevont áramközépértékek alapján becsült $\hat{\vartheta}_k^M$ szöghelyzetet terhelő $\pm 180°$-os bizonytalanság megszüntetését jelenti. Ezt az összevont áramkülönbségek alapján becsült $\hat{\vartheta}_k^D$-t felhasználva valósítja meg a kidolgozott érzékelő nélküli algoritmus.

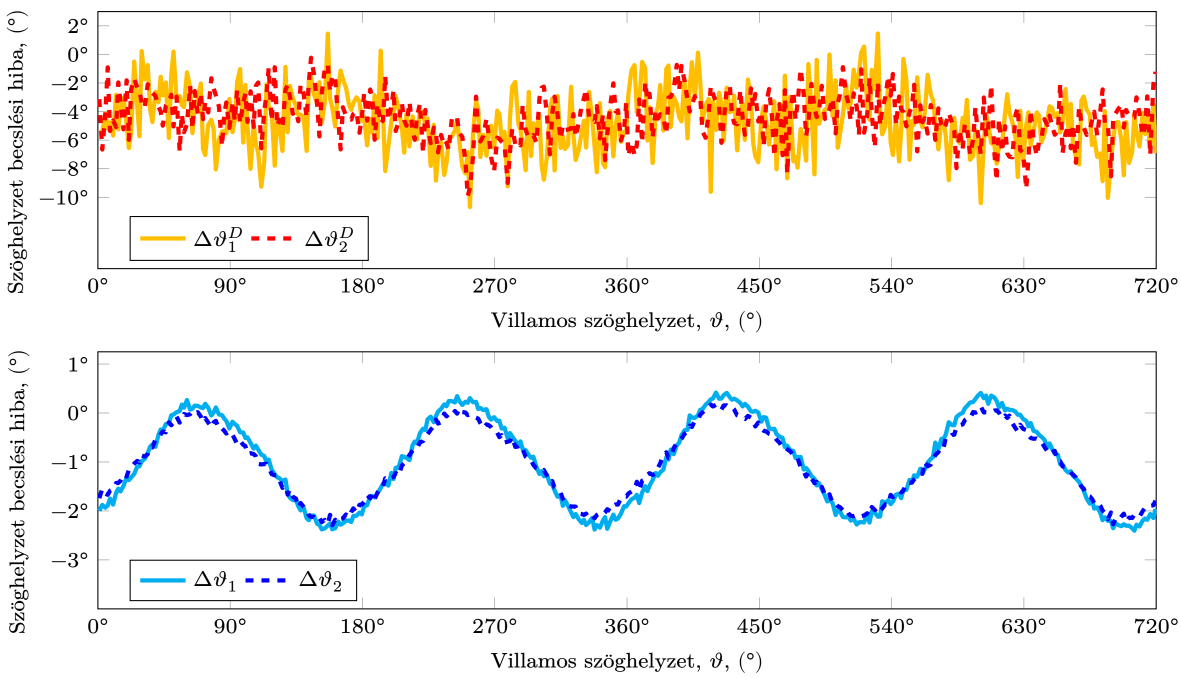
A $\mathcal{P}$ polaritás felismerése azt állapítja meg, hogy a $\hat{\vartheta}_k^M$ szöghelyzet a $+d$ vagy a $-d$ tengely helyét határozza meg. A két féltengely között $\hat{\vartheta}_k^D$ és $\hat{\vartheta}_k^M$ különbsége alapján tesz az algoritmus különbséget az alábbi szabály szerint:

$$\mathcal{P} = \begin{cases} +d, & \text{északi pólus}, \quad 0° \text{ hiba}, \qquad \text{ha } 90° \geq \hat{\vartheta}_k^D - \hat{\vartheta}_k^M \geq -90°, \\ -d, & \text{déli pólus}, \quad \pm 180° \text{ hiba} \quad \text{egyébként.} \end{cases} \tag{4.15}$$

Az algoritmus a szöghelyzetbecslés polaritás alapján történő helyesbítését $\hat{\vartheta}_k^D$ és $\hat{\vartheta}_k^M$ különbségét felhasználva, a

$$\hat{\vartheta}_k = \begin{cases} \hat{\vartheta}_k^M + 180° & \text{ha } \hat{\vartheta}_k^D - \hat{\vartheta}_k^M > 90°, \\ \hat{\vartheta}_k^M & \text{ha } 90° \geq \hat{\vartheta}_k^D - \hat{\vartheta}_k^M \geq -90°, \\ \hat{\vartheta}_k^M - 180° & \text{ha } -90° > \hat{\vartheta}_k^D - \hat{\vartheta}_k^M \end{cases} \tag{4.16}$$

szabály szerint végzi, amivel a becsült szöghelyzet értéke mindig a $[-180°, 180°]$ szögtartományban marad. Amennyiben a szöghelyzetek ábrázolására eltérő szögtartományt használnánk, például a megvalósítás során felhasznált hardver vagy szoftver sajátosságai miatt, úgy szükséges lehet a szöghelyzet becslési hibákat és a helyesbítéseket számító összefüggések átalakítása.



4.8. ábra. Az áramkülönbség alapú és az áramközépérték alapú szöghelyzet becslés hibája ((2+2)·400 mérési pont).

4.1.6. A kétféle szöghelyzetbecslés hibájának értékelése

A szöghelyzetbecslés hibájának értékelése során figyelembe kell venni, hogy a becslés minden esetben korlátos, míg a valódi szöghelyzet nem az. Emiatt az áramkülönbség alapú becslés hibája nem számítható egy egyszerű kivonással, hanem a

$$\Delta\vartheta_k^D = \widehat{\vartheta}_k^D - \mathrm{mod}(\vartheta + 180°, 360°) + 180°. \tag{4.17}$$

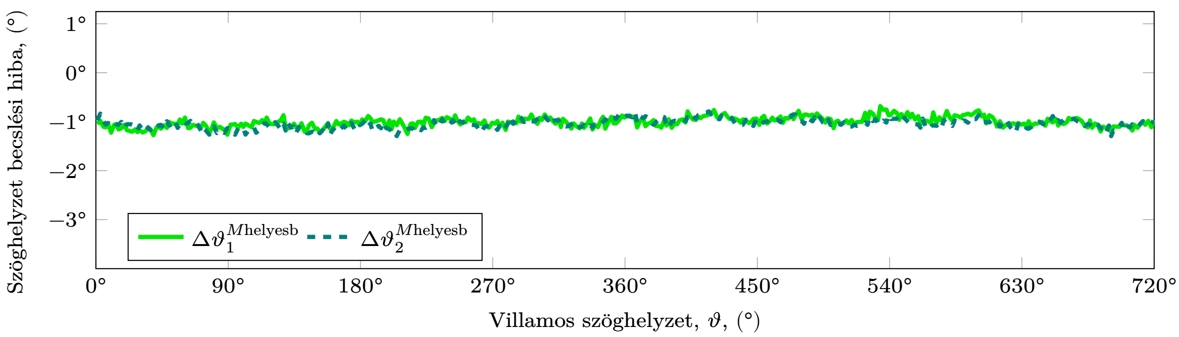
összefüggés adja meg a helyes értéket. A $\Delta\vartheta_k^D$ becslési hibákat a 4.8. ábra felső részén ábrázoltam. A becslési hiba mindkét csúcsnál számítva nem nulla középértéket mutat, −4,66°-ot az első, és −4,37°-ot a második csúcsnál. A becslési hiba szórása az első csúcsnál 2,13°, a másodiknál pedig 1,68°. Egyértelmű szöghelyzetfüggés vagy térbeli harmonikus tartalom nem látható.

A polaritás-helyesbített áramközépérték alapú szöghelyzet becslés hibája

$$\Delta\vartheta_k = \widehat{\vartheta}_k - \mathrm{mod}(\vartheta + 180°, 360°) + 180°. \tag{4.18}$$

A $\Delta\vartheta_k$ szöghelyzet becsési hibákat a 4.8. ábra alsó részén ábrázoltam. A becslési hiba mindkét csúcsnál számítva nem nulla középértéket mutat, −1,01°-ot az első, és −1,04°-ot a második csúcsnál. A becslési hiba szöghelyzetfüggése jól látható, és a második térbeli harmonikus amplitúdója megközelítőleg 1°.

Az áramkülönbség alapú becslés hibája mindkét csúcsnál jóval nagyobb mint a középérték alapú becslésé. Emiatt a kidolgozott módszerben a $\widehat{\vartheta}_k^D$ értékeket csak $\widehat{\vartheta}_k^M$ ±180°-os bizonytalanságának megszüntetésére, azaz a polaritás felismerésére használom fel.



4.9. ábra. A helyesbített szöghelyzet becslés hibája (2·400 mérési pont).

4.1.7. A fázistekercselések közötti eltérés kiegyenlítése

Az összevont áramközépérték alapú $\Delta\vartheta_k$ becslési hiba szöghelyzetfüggését jól látható második térbeli harmonikus határozza meg mindkét csúcsnál. Erről úgy véltem, hogy a fázistekercselések közötti eltérések következménye, és kidolgoztam egy helyesbítési eljárást. Módosítottam a (4.7) és (4.9) összefüggéseket az i_k^G görbék amplitúdóinak (A_k^G) és eltolódásainak (B_k^G) figyelembe vételével.

A 4.2. és a 4.3. ábrán látható összevont áramközépérték görbékre legjobban illeszkedő amplitúdó és eltolódás értékeket a 4.1 táblázat tartalmazza.

4.1. táblázat. Az összevont áramközépérték görbékhez illesztett paraméterek.

Amplitúdók		
$A_1^A = 3{,}0047\,\text{A}$	$A_1^B = 3{,}0042\,\text{A}$	$A_1^C = 3{,}0057\,\text{A}$
$A_2^A = 3{,}4133\,\text{A}$	$A_2^B = 3{,}4136\,\text{A}$	$A_2^C = 3{,}416\,\text{A}$
Eltolódások		
$B_1^A = -81{,}2\,\text{mA}$	$B_1^B = 130{,}3\,\text{mA}$	$B_1^C = -37{,}5\,\text{mA}$
$B_2^A = 81{,}2\,\text{mA}$	$B_2^B = -123{,}2\,\text{mA}$	$B_2^C = 30{,}7\,\text{mA}$

A (4.8) és (4.10) összefüggésekben az összevont áramközépértékeket az eltolódás mentesített és normalizált $i_k^{G\text{helyesb}}$ megfelelőikkel helyettesítettem.

$$i_k^{G\text{helyesb}} = \frac{i_k^G - B_k^G}{A_k^G} \tag{4.19}$$

Jelölje a kiegyenlített kétfázisú koordinátákat $\alpha_k^{M\text{helyesb}}$ és $\beta_k^{M\text{helyesb}}$. Ekkor a helyesbített szöghelyzet becslés

$$\hat{\vartheta}_k^{M\text{helyesb}} = \frac{1}{2}\text{atan2}\left(\beta_k^{M\text{helyesb}}, \alpha_k^{M\text{helyesb}}\right). \tag{4.20}$$

A ±180°-os bizonytalanság megszüntetéséhez (4.16) itt is alkalmazandó. A helyesbített becslések hibáit $\Delta\vartheta_k^{M\text{helyesb}}$ jelöli, és a 4.9. ábrán láthatók. A helyesbítés hatására eltűnik a hiba második térbeli harmonikusa, de a középértéke változatlan marad.

4.1.8. A szöghelyzet becslési hibák középértékei és a valódi szöghelyzet

A mérőkörnyezet beállítása során a 0°-os szöghelyzetet a tesztmotorok forgatónyomatéka alapján állapítottam meg. A motorokat sorban az egyes fázisok irányában betápláltam néhány másodpercig, hogy a forgórész a fázisok tengelyeihez fordulhasson, és megmértem az állandósult szöghelyzeteket. Így körbeléptettem a forgórészt előre, majd visszafelé is, hogy a súrlódás okozta hiszterézis hatását kiküszöböljem. A ϑ villamos szöghelyzet nullpontját a léptetés során mért fázistengely-szögekre legjobban illeszkedő egyenes alapján állapítottam meg.

A szöghelyzet becslések hibáinak középértékeit a nyomatékalapútól eltérő, attól független, induktivitás alapú vagy telítődési együttható alapú 0°-os szöghelyzetnek tekinthetjük. Rajtuk kívül még egy negyedik viszonyítási pont lehetne a forgási feszültség által kijelölt 0°. Ezeket a nullhelyzeteket csak mérés útján lehet a meghatározni, és hogy melyiket tekintjük valódi szöghelyzetnek, az megállapodás kérdése.

A bemutatott szöghelyzet meghatározó tesztmérések mellett végeztem olyat is, ahol a forgórészt 0°-tól 360°-ig léptettem, majd vissza 0°-ig, hogy lássam, hogy a mágneses hiszterézis okoz-e egyfajta térbeli lemaradást a forgórész és az állórészben kialakuló mágneses tér között. A mérés eredménye szerint az előre és hátra forgatott szakaszok becslési hibáinak középértékei között mindössze 0,001° nagyságú volt az eltérés, megerősítve a modellezés elején tett feltételezést, miszerint a mágneses hiszterézis elhanyagolható.

4.2. A vizsgálójel méretezése

A kifejlesztett érzékelő nélküli szöghelyzet meghatározó és polaritásfelismerő módszer teljesítőképessége a szöghelyzetbecslési hiba szórásával és a helyes polaritásfelismerés valószínűségével jellemezhető. Egy adott ÁMSZM hajtásban ezeket a jelzőszámokat befolyásolja a közbenső köri egyenfeszültség (U_{DC}) és az árammérő rendszer mérési zaja, de döntően a befecskendezett feszültségjel időtartama határozza meg. Ennek a megválasztása a méretezés legfontosabb lépése. Ha hosszabb jelet fecskendezünk be, akkor a válaszáram és a szöghelyzetfüggő összetevők nagyobbak lesznek, de megnövekszik a forgórész elfordulásának esélye. Ha rövidebb a vizsgálójel, akkor a polaritásfüggő áramkülönbségek négyzetes jellege miatt gyorsan romlik a jel-zaj viszony.

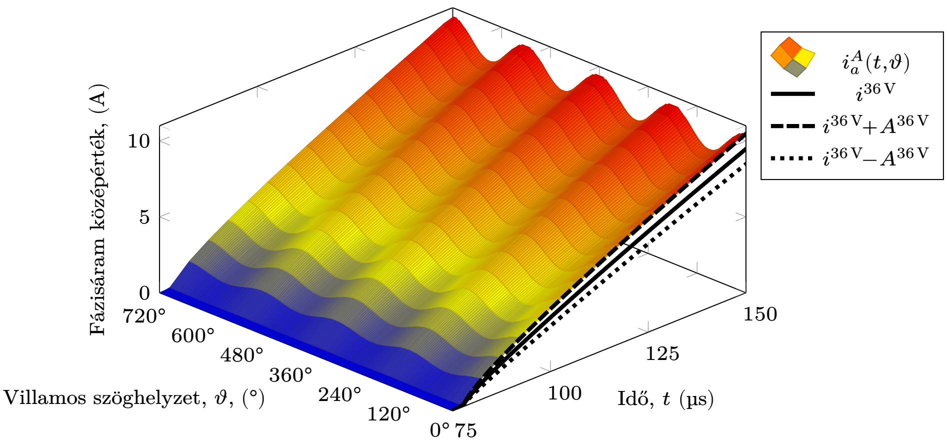
Megvizsgáltam a befecskendezés időtartama által az érzékelő nélküli módszer teljesítőképességére gyakorolt hatást néhány közbenső köri egyenfeszültség mellett, és közelítő összefüggéseket dolgoztam ki a megbízható kezdeti szöghelyzet meghatározáshoz és polaritásfelismeréshez szükséges befecskendezési időtartam méretezésére a modellparaméterek és az árammérés szórása (σ_{CM}) alapján. A közbenső köri egyenfeszültség hatását 18 V, 24 V és 36 V érték mellett vizsgáltam. Az árammérés zajának statisztikai jellemzői erősen hardverfüggők, és újratervezés nélkül nem lehet őket érdemben megváltoztatni. Az egy-, két- és háromfázisos négyszögjel betáplálásos mérések várakozás szakaszaiban rögzített áramértékek alapján azt állapítottam meg, hogy az árammérés szórása a közbenső köri egyenfeszültségtől függetlenül $\sigma_{CM} = 4{,}4\,\mathrm{mA}$.

4.2.1. Az áramközépérték közelítő számítása

A 4.10. ábrán látható az i_a^A fázisáram középérték a 75 µs és 150 µs közötti szakaszban, és a forgórész szöghelyzete függvényében ábrázolva. Az ábrán feltüntettem az áramközépérték $i^{36\,\mathrm{V}}$ eltolódását és szöghelyzetfüggésének $A^{36\,\mathrm{V}}$ amplitúdóját az idő függvényében ábrázolva. Az eltolódás és az amplitúdó közelítésére dolgoztam ki a (4.21) és (4.22) összefüggéseket, amelyeket a 4.11. ábrán hasonlítottam a mért értékekhez.

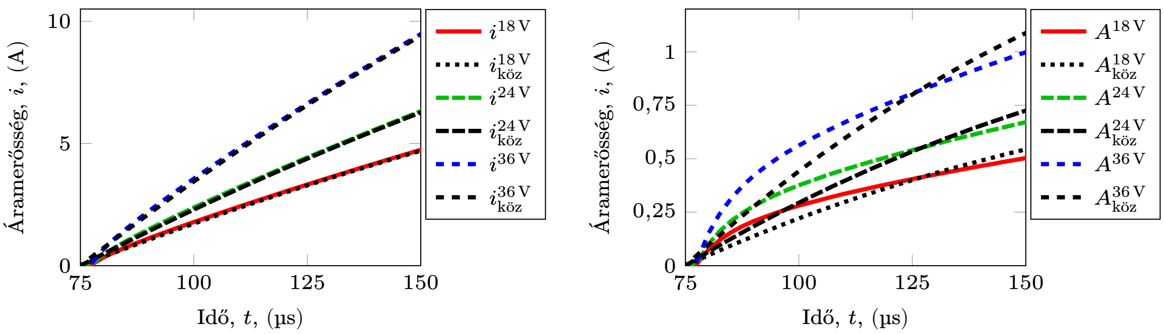
$$i_{\text{köz}}^{U_{DC}} \approx \frac{2}{3}\frac{U_{DC}}{R}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{2R}{L_{dd}+L_{qq}}t}\right) \tag{4.21}$$

$$A_{\text{köz}}^{U_{DC}} \approx \frac{1}{3}\frac{U_{DC}}{R}\left(\mathrm{e}^{-\frac{R}{L_{qq}}t}-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L_{dd}}t}\right) \tag{4.22}$$



4.10. ábra. A mért i_a^A fázisáram középérték az idő és a szöghelyzet függvényében.

(4.21) L_{dd} és L_{qq} átlagát felhasználva becsli $i^{U_{DC}}$ értékét. (4.22) szerint $A^{36\,\mathrm{V}}$ a q- és a d-irányú fázisáramválasz különbségének fele. A becslés pontatlansága az induktivitások frekvenciafüggésével magyarázható. Az induktivitások értéke a frekvencia növelésével általában csökken, aminek következtében az áramok a befecskendezés elején gyorsabban növekednek, mint az exponenciális függvény, majd az idő múlásával növekedésük lelassul (lásd 4.11. ábra).



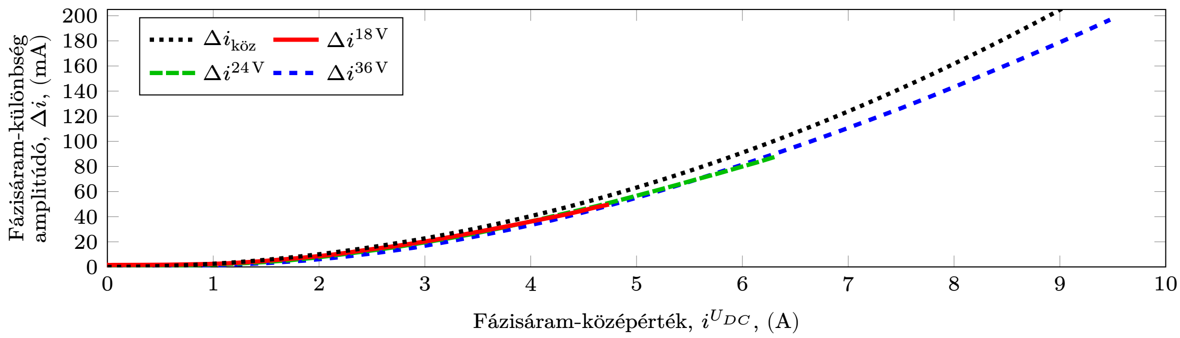
4.11. ábra. A fázisáram középérték eltolódása és amplitúdója, valamint ezek közelítései az idő függvényében ábrázolva.

4.2.2. Az áramkülönbség közelítő számítása

A polaritásfelismerés a (4.1)–(4.3) fázisáram különbségeken alapul. Az amplitúdóik közelítésére (3.6) másodfokú Taylor-sora használható, miszerint

$$\Delta i_{\text{köz}} \approx -\frac{\Gamma_{ddd}}{L_{dd}}(i_{\text{köz}}^{U_{DC}})^2. \tag{4.23}$$

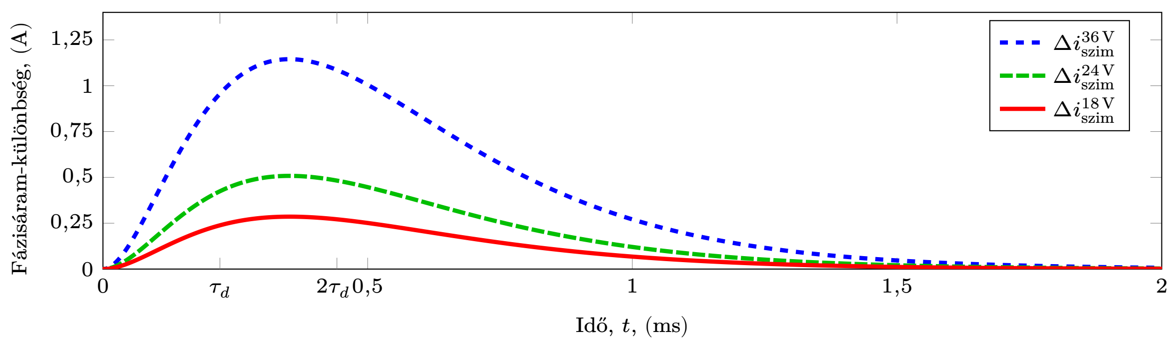
A 4.12. ábrán látható a fázisáram-különbségek különböző U_{DC} értékek mellett mért, és a (4.23) szerint közelített értéke a fázisáram-középérték függvényében ábrázolva. Az összefüggés négyzetes jellegű, de a közelítő képlet kissé túlbecsli Δi-t.



4.12. ábra. A fázisáram középérték és a fázisáram különbségek amplitúdója közötti kapcsolat néhány közbenső köri egyenfeszültség mellett, és a (4.23) közelítő görbe.

4.2.3. A befecskendezési időtartam hatása a fázisáram különbségre

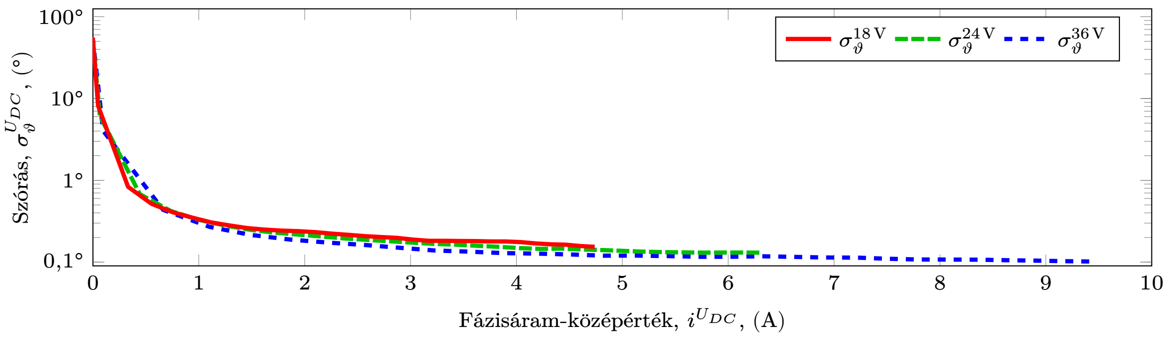
A 4.13. ábrán a fázisáram-különbségek amplitúdójának hosszabb időtartamon szimulált lefutása látható. Az amplitúdó csúcsértéke 1 és 2 d-irányú időállandó között van. A befecskendezés időtartamának növelése csak a csúcsértékig növeli a fázisáram különbségeket és emiatt csak eddig a pontig javítja a polaritásfelismerés megbízhatóságát. Ez azt jelenti, hogy a hosszabb befecskendezés nem csak a forgórész elfordulásának veszélyét rejti magában, de egy ponton túl értelmetlen is a polaritásfelismerés szempontjából.



4.13. ábra. A fázisáram különbségek amplitúdójának lényegesen hosszabb időtartamú szimulációja különböző közbenső köri egyenfeszültségek mellett.

4.2.4. A fázisáram középérték hatása a szöghelyzet becslés szórására

A (4.20) szerint helyesbített szöghelyzetbecslést elvégeztem a [75 µs, 150 µs] szakaszba eső 31 mintavételi pont mindegyikénél a háromfázisos, 400 lépéses mérések adatain. Ebben az intervallumban az áramok az első csúcshoz hasonlóan viselkednek, ezért (4.8)-at alkalmaztam. A különböző U_{DC}-khez tartozó eredmények szórását 4.14. ábra ismerteti a fázisáram-középérték függvényében. Ahogy az áram elkezd növekedni, a becslés szórása gyorsan csökken. A javulás 1 A körül lassul le, és az áramot, illetve a befecskendezés időtartamát nagymértékben növelni kell a szórás csökkentéséhez.



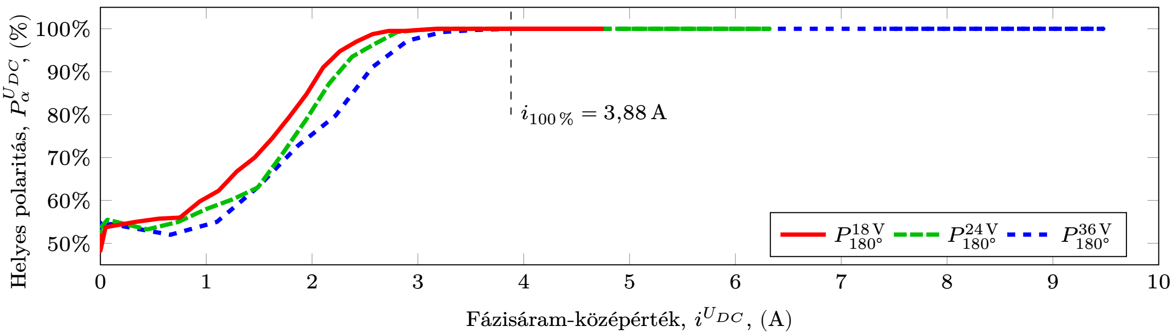
4.14. ábra. A fázisáram-középérték és a szöghelyzet becslés szórása közötti kapcsolat.

4.2.5. A fázisáram középérték hatása a polaritásfelismerésre

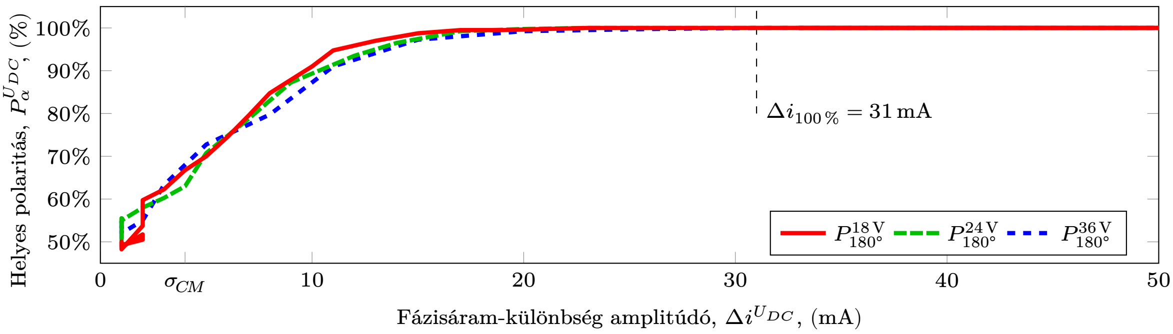
A polaritásfelismerés helyes, ha az áramkülönbség alapú szöghelyzet becslés hibájának abszolút értéke kisebb mint $\alpha = 180°$. Jelölje N_C azon szöghelyzetek számát, ahol a polaritásfelismerés helyes. Ekkor a helyes polaritásfelismerés valószínűsége

$$P_\alpha^{U_{DC}} = P(|\Delta\vartheta^D| < \alpha) = \frac{N_C}{400}, \tag{4.24}$$

ahol 400 az összes mért szöghelyzet száma. A helyes polaritásfelismerés valószínűségét a 4.15. és 4.16. ábrák ismertetik, előbbi a fázisáram-középérték, utóbbi a fázisáram-különbség függvényében.



4.15. ábra. A fázisáram-középérték és a helyes polaritásfelismerés valószínűsége közötti kapcsolat.



4.16. ábra. A fázisáram-különbség és a helyes polaritásfelismerés valószínűsége közötti kapcsolat.

Ahogy az áramközépérték és az áramkülönbség növekszik, úgy lesz egyre nagyobb a helyes polaritásfelismerés valószínűsége. A 100 %-os szintet a mérések $i_{100\,\%} = 3{,}88\,\text{A}$ és $\Delta i_{100\,\%} = 31\,\text{mA}$ értékeknél érték el. (4.23) és $i_{100\,\%}$ alapján a fázisáram-különbség közelítőleg 38 mA.

4.2.6. A befecskendezés időtartamának méretezése

A 4.15. és 4.16. ábrák mérési adatai szerint a kellően hosszú négyszögjel és kellően nagy áram csúcsértékek biztosítják, hogy a helyes polaritásfelismerés valószínűsége 100 % legyen. A méretezés eljáráshoz az adatok áttekintése után a $\Delta i_{\text{terv}} \geq 10\sigma_{CM}$ alsó korlátot választottam a fázisáram-különbségek amplitúdójára. Ez alapján lett a saját kísérleti hajtásomban a tervezett fázisáram-különbség amplitúdó

$$\Delta i_{\text{terv}} = 10\sigma_{CM} = 44\,\text{mA}. \tag{4.25}$$

Ezután (4.23) alapján kiszámítottam a tervezett fáziosáram-középértéket. A két áramérték független a közbenső kör egyenfeszültségétől.

$$i_{\text{terv}} = \sqrt{-\frac{L_{dd}}{\Gamma_{ddd}}\Delta i_{\text{terv}}} = 4{,}17\,\text{A}. \tag{4.26}$$

A (4.21) invertálásával és i_{terv} behelyettesítésével kapott egyenletet az idő változóra megoldva kapjuk a $T_{\text{terv}}^{U_{DC}}$ tervezett befecskendezési időtartamot, ami (4.25) teljesítéséhez szükséges. A befecskendezési időtartam alatt a négyszög vizsgálójel periódusidejének negyede, a befecskendezés kezdete és az első áramcsúcs közötti időtartam értendő.

$$T_{\text{terv}}^{U_{DC}} = -\frac{L_{dd}+L_{qq}}{2R}\ln\left(1-\frac{3}{2}\frac{R}{U_{DC}}i_{\text{terv}}\right) \tag{4.27}$$

A tervezett áramkülönbségre és áramközépértékre vonatkozó összefüggések behelyettesítésével a befecskendezés időtartam számítási összefüggése

$$T_{\text{terv}}^{U_{DC}} = -\frac{L_{dd}+L_{qq}}{2R}\ln\left(1-\frac{3}{2}\frac{R}{U_{DC}}\sqrt{-\frac{L_{dd}}{\Gamma_{ddd}}10\sigma_{CM}}\right) \tag{4.28}$$

4.2.7. Példák a befecskendezési időtartam méretezésére

A három vizsgált U_{DC} közbenső köri egyenfeszültséghez tartozó tervezett befecskendezési időtartam értéket a 4.2. táblázat ismerteti. Minél kisebb az U_{DC} értéke, annál hosszabb befecskendezésre van szükség a tervezett áramértékek eléréséhez. A hosszabb vizsgálójel alapharmonikusa kisebb frekvenciájú, és növeli a forgórész elfordulásának esélyét, de az elvégzett méréssorozatok alatt tapasztalt legnagyobb bemozdulás is csak 0,0879° nagyságú volt. Az állóhelyzetben történő befecskendezés közben a tapadási súrlódás kedvező hatást fejt ki, ugyanis akadályozza a forgórész elfordulását.

4.2. táblázat. A számított impulzushossz értékek különböző közbenső köri feszültségekhez.

Közbenső köri egyenfeszültség	**Befecskendezési időtartam**
U_{DC}	$T_{\mathrm{terv}}^{U_{DC}}$
18 V	65,3 µs
24 V	47,4 µs
36 V	30,6 µs

A kidolgozott érzékelő nélküli módszer sajátossága, hogy két befecskendezési lépés között az áramok lecsengését ki kell várni. A mérési eredmények alapján az áram lecsengése nagyjából 1 ms időt vesz igénybe. Annak érdekében, hogy vizsgálójelek ne zavarják egymást, befecskendezések közötti várakozást 2 ms-ra állítottam. Összességében a hat lépés együttesen körülbelül 12,5 ms-ot vesz igénybe.

4.3. A módszer alkalmazási területei és korlátai

A kifejlesztett érzékelő nélküli módszer alkalmazhatóságának feltétele, hogy az áramválasz felfutása elég gyors legyen a forgórész bemozdulásának megelőzéséhez. Ez akkor teljesül, ha a villamos időállandó lényegesen kisebb, mint a mechanikai időállandó, illetve függ a tapadási súrlódás jellemzőitől is. A megvalósított módszer működése mindhárom fázisáram vonali mérésén alapul (lásd 2.3. ábra). A módszer átalakítása két fázisáram vonali mérésére a számítási összefüggések minimális módosításával jár, de a mérés statisztikai jellemzői romlani fognak. Jelentősebben eltérő árammérési megoldások esetén a szöghelyzet számítási és a méretezési összefüggéseket is át kell alakítani.

Az ismertetett befecskendezési időtartam méretezési eljárás megkívánja a hagyományos modellparaméterek mellett a Γ_0 polaritásfüggő telítődési együttható és σ_{CM} árammérési szórás ismeretét is. A módszert terheletlen motoron, állóhelyzetben történő alkalmazásra terveztem. A négyszögjel befecskendezés nemmodulált, emiatt, és számítási eljárásban feltételezett nulla kezdeti áramérték miatt nem lehetséges az alapvető gerjesztéshez hozzáadni a vizsgálójelet, ahogy az a modulált befecskendezési módszereknél történik. A módszer a kezdeti szöghelyzetet villamos szögben képes egyértelműen és bizonytalanság nélkül meghatározni, de többpóluspáros gépek esetén a mechanikai szög továbbra is bizonytalan marad, a póluspárok számától függő módon.

4.4. A fejezet összefoglalása, az új tudományos eredmények

A kapcsolódó tudományos közleményeim: [F-2], [K-1], [E-4]

A kibővített állandó mágneses szinkrongép modellre támaszkodva kifejlesztettem egy páros bipoláris négyszög-feszültségjel befecskendezésen alapuló érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározó és polaritásfelismerő módszert. Az algoritmus a válaszáramok csúcsértékeiből, kis számításigényű eljárással határozza meg a forgórész szöghelyzetét, amelyhez nem igényli a gépparaméterek értékének ismeretét.

4.1. altézis

A kibővített modell alapján a befecskendezési időtartam méretezésére szolgáló eljárást dolgoztam ki, amellyel a megbízható polaritásfelismerés biztosítható.

4.2. altézis

A fázistekercselések közötti különbségek és aszimmetriák által okozott szisztematikus szöghelyzetbecslési hiba helyesbítésére mérés alapú eljárást dolgoztam ki.

III. Továbbfejlesztési lehetőségek

Az ÁMSZG modell kibővítése során a Hesse-mátrixok térbeli harmonikus tartalmát részben általános érvényű matematikai szabályok, részben viszont a tesztmotorokon végzett mérések alapján rögzítettem. Emiatt tervezem más ÁMSZM típusok telítődési együtthatóinak mérését, hogy megállapíthassam, hogy a kibővített modellben bevezetett arányszámok típusfüggők-e.

Az elvégzett mérések azt mutatták, hogy hasonlóan az ellenállás és induktivitás értékekhez, a telítődési együtthatók értéke frekvencia függő, ezért a jövőbeni kutatómunkában Γ_0 frekvenciafüggésének mérését tervezem. A frekvenciafüggés jellegétől függően ez például a polaritásfelismerés szempontjából optimális befecskendezési időtartam vagy frekvencia meghatározásához vezethet. Gyakorlati szempontból ugyancsak érdekes lehet a telítődési együtthatók hőmérséklet függésének vizsgálata. Ugyan kidolgoztam a forgó terhelt állapotra vonatkozó modellegyenleteket is, de a modell érvényesítését csak terheletlen állóhelyzetre végeztem el. Ezt a jövőben ki kell terjeszteni az alapgerjesztéses és terhelt üzemállapotokra is.

A kifejlesztett érzékelő nélküli módszer továbbfejlesztésére a következő főbb irányvonalakat látom:

- a jelenlegi hat lépéses változat befecskendezési lépései közötti várakozási idő csökkentése lenne kívánatos,
- az áramok csúcsértéke viszonylag nagy, ezt csökkenteni lehetne, de többszöri betáplálással kellene ellensúlyozni,
- alapvető ISZM gerjesztés alapú változat kidolgozása, és
- alkalmazás eltérő (kevesebb áramérzékelővel vagy nem vonali áramérzékelőkkel rendelkező) árammérő rendszer esetén.

A jelenlegi változatban az áramválasz lecsengése viszonylag lassú. Ezt a befecskendezett páros négyszög feszültségjel harmadik szakaszának rövidítésével, az áramválasz nullátmeneténél történő megszakításával jelentősen rövidíteni lehetne. A nullátmenet helyének meghatározása vagy az áramok folyamatos visszamérésével, vagy modellalapú kiszámításával lehetséges.

Amennyiben túl nagy a megbízható polaritásfelismeréshez szükséges áramválaszcsúcsérték egy adott motortípus esetén, megoldást jelenthet több rövidebb befecskendezés alkalmazása. Így egy befecskendezés jel-zaj viszonya a kisebb csúcsérték miatt rosszabb lesz, de ezt ellensúlyozza a többszöri befecskendezés. A befecskendezési időtartam további csökkentésének elvi végpontja az alapvető ISZM gerjesztés alapján történő szöghelyzet meghatározás és polaritásfelismerés, azonban ennek kifejlesztéséhez újabb méréssorozatok lesznek szükségesek és a modell viselkedését sokkal szélesebb frekvencia sávban kell vizsgálni. A modulációs eljárás és a moduláció frekvenciája ugyancsak hatással lehet az érzékelő nélküli módszer működésére.

Az érzékelő nélküli módszer alkalmazási területét lényegesen ki lehet terjeszteni eltérő árammérő rendszerekre történő átalakítással. Itt elsősorban a három helyett csak két vonali fázisáram mérésére, illetve földoldali, tápoldali vagy közbenső köri egy ponton történő árammérésre kell gondolni. Előbbi esetben a csillagponti törvény alapján egyszerűen módosíthatók a szöghelyzet számítási összefüggések, az utóbbiaknál viszont a szöghelyzet számítási és a méretezési összefüggéseket is át kell alakítani. Emellett mindegyik esetben a jel-zaj viszony romlására kell számítani.

A négyzetes tag kezelésére kidolgozott matematikai eljárás felhasználható magasabb fokszámú közelítő Taylor-polinomra alapuló ÁMSZG modellek kidolgozásában. Az értekezésben bemutatott mérések adatain már elvégeztem néhány vizsgálatot, amelyek azt mutatják, hogy a fluxusmodell bővíthető harmadfokúvá a köbös tag beépítésével. Ennek együtthatói identifikálhatók, és az induktivitásokhoz hasonlóan nem nulla középértékkel és második térbeli harmonikussal rendelkeznek.

A kibővített modell hasznos eszköz lehet a villamosgép-tervezés során is, például segítheti olyan állandó mágneses szinkrongépek tervezését, amelyek esetén könnyebb megbízható érzékelő nélküli szabályozást megvalósítani. Az érzékelő nélküli módszerek területén kívül a kibővített modell a hibafelismerő és állapotfelügyelő algoritmusok fejlesztésében is alkalmazható lehet.

IV. Összefoglalás

Az értekezésben egy újszerű kibővített állandó mágneses szinkrongép modellt ismertettem, és bemutattam a paramétereinek meghatározását, valamint tranziens viselkedésének és szöghelyzetfüggésének mérési úton történő érvényesítését. A modellbővítés központi eleme a másodfokú tekercsfluxus-áram függvény, amely a gép mágnesköreinek szöghelyzet és polaritás függő tulajdonságait modellezi annak érdekében, hogy a modell felhasználható legyen érzékelő nélküli módszerek kifejlesztésében. A kibővített modell újszerűségét az adja, hogy a hagyományos modellekben alkalmazott elsőfokú helyett a tekercsfluxus-áram függvény másodfokú Taylor-polinomját alkalmazza, és be is építi a szinkrongép-modellezés hagyományos keretrendszerébe a négyzetes tag Park- és inverz Park-átalakításának kidolgozásával. A modell a tekercsfluxus-áram függvény Hesse-mátrixán keresztül bevezeti a telítődési együtthatókat, amelyek az állórészhez kötött vonatkoztatási rendszerben meghatározó térbeli alapharmonikussal rendelkeznek, és ennek köszönhetően felhasználhatók a polaritásfelismerésben. A mágneses telítődés számszerű jellemzésére bevezettem a Γ_0 polaritásfüggő telítődési együtthatót.

A modell telítődési együtthatóinak mérésére egy teljesebb képet szolgáltató, de csillagpont kivezetést igénylő, és egy egyszerűsített, csillagpont kivezetés nem igénylő mérési és paraméter identifikációs eljárást is kidolgoztam, és kiépítettem egy mérőkörnyezetet, ahol a méréseket tesztmotorokon el is végeztem. A mérések alapján megállapítottam, hogy az elméleti feltételezéseimnek megfelelően a telítődési együtthatók szögfüggését térbeli alapharmonikus határozza meg. Ezt az eredményt beépítettem a modellbe, majd újabb mérésekkel érvényesítettem a modell szöghelyzetfüggését, valamint tranziens és frekvencia tartománybeli viselkedését. Mind a mérési eredmények, mind az érvényesített modell azt igazolta, hogy a tesztmotorok esetén a polaritásfelismerés szempontjából a négyszög feszültségjel befecskendezés alkalmazása célszerű.

A kibővített szinkrongép modell kidolgozása során gyűjtött tapasztalatokat felhasználva kifejlesztettem egy érzékelő nélküli módszert, amely képes kezdeti szöghelyzet meghatározásra és polaritásfelismerésre. A módszer nemmodulált páros négyszög feszültségjel befecskendezésen, és a válaszáramok mérésén alapul. A befecskendezés hat rögzített időtartamú lépésből áll, és nem szükséges előzőleg meghatározni a $+d/-d$ tengely szöghelyzetét. A kapcsolódó jelfeldolgozás és a szöghelyzet becslés számításigénye kicsi. A befecskendezési időtartam hosszának szöghelyzet becslési és polaritás0felismerési hibára gyakorolt hatását is megvizsgáltam. Az érvényesített modellből a szöghelyzet- és polaritásfüggő áramösszetevők közelítő számítására szolgáló összefüggéseket vezettem le, és a megbízható polaritásfelismerés megvalósításának támogatása érdekében a befecskendezési időtartam tervezésére szolgáló módszert dolgoztam ki. A kísérleti hajtásban a módszer 1° alatti hibával képes a szöghelyzet meghatározásra, és megbízhatóan ismeri fel a forgórész mágnesek polaritását.

Az új tudományos eredmények

1. tézis [F-1], [F-2], [F-3], [F-4], [K-2], [K-3]

Az állóhelyzetben és kis fordulatszámon történő, jelbefecskendezés alapú érzékelő nélküli polaritásfelismerés lehetővé és tervezhetővé tétele érdekében kidolgoztam egy újszerű, kibővített állandó mágneses szinkrongép modellt, amely a tekercsfluxus-áram összefüggés másodfokú Taylor-polinomján alapul. A kibővített fluxusmodell négyzetes tagja a mágnesezési görbe polaritástól függő előjelű görbületét képezi le az összevont Hesse-mátrixot alkotó telítődési együtthatókba, amelyeket villamos szögben térbeli alapharmonikus határoz meg. Kidolgoztam az állandó mágneses szinkrongépek számára mind az állórészhez kötött, mind a forgórészhez kötött koordináta-rendszerekben egy-egy olyan idealizált fluxusmodell alakot, amely mind a mérési eredményekhez, mind a villamos gépek hagyományos modellezéséhez jól illeszkedik.

A kidolgozott modell lehetővé teszi a jelbefecskendezés alapú érzékelő nélküli módszerek numerikus szimulációs környezetben történő fejlesztését.

2. tézis [F-2], [F-3], [K-2], [E-1], [E-2]

Mérési és paraméter identifikációs eljárásokat dolgoztam ki az érzékelő nélküli polaritásfelismerés fizikai alapját szolgáltató telítődési együtthatók szöghelyzetfüggésének meghatározására.

2.1. altézis

A tesztmotorok csillagpontját kivezetve egy és két fázisos méréseket végeztem négyszögjel betáplálással, és meghatároztam a telítődési együtthatók szöghelyzetfüggését az állórészhez kötött háromfázisú koordináta-rendszerben. A telítődési együtthatók villamos szögben meghatározó térbeli alapharmonikussal rendelkeznek, lehetővé téve a forgórész polaritásának felismerését.

2.2. altézis

A polaritásfüggő telítődési együttható csillagpont kivezetés nélküli mérésére kidolgoztam egy második, modulált szinuszos jelbefecskendezést alkalmazó mérési módszert.

3. tézis [F-1], [F-2], [K-1], [K-4], [E-3]

Kísérleti úton érvényesítettem a kidolgozott újszerű állandó mágneses szinkrongép modellt, igazolva, hogy feszültségjel-befecskendezés esetén helyesen jelzi előre a polaritás információt hordozó áram-összetevők tranziens viselkedését és szöghelyzetfüggését.

3.1. altézis

Háromfázisos négyszögjel-betáplálásos mérésekkel igazoltam, hogy a modell helyesen jelzi előre, hogy az azonos nagyságú, felfutó és lefutó éllel kezdődő négyszög feszültségjelekre adott áramválaszok között eltérés van. Az áramválasz-különbség villamos szöghelyzetfüggését döntően térbeli alapharmonikus határozza meg és ennek köszönhetően felhasználható a forgórész mágnesek polaritásának felismerésében.

3.2. altézis

Impulzusszélesség-modulált szinuszos befecskendezéses mérésekkel igazoltam a modell közelítő megoldása által az áramokban előre jelzett polaritásfüggő frekvencia kétszereződés meglétét. A d-irányú áram időbeli második harmonikusának alapharmonikushoz viszonyított fáziseltolódása alapján a forgórész mágnesek polaritása felismerhető.

3.3. altézis

Összehasonlítottam a négyszögjel-betáplálásos és a szinuszos jelbefecskendezést, és igazoltam, hogy négyszögjel-betáplálás esetén ugyanakkora áram-csúcsértékek mellett a polaritás információt hordozó áram-összetevő lényegesen nagyobb értékű, azaz állóhelyzetben, terheletlen motor esetén ezt a módszert célszerű alkalmazni a polaritásfelismerésére.

4. tézis [F-2], [K-1], [E-4]

A kibővített állandó mágneses szinkrongép modellre támaszkodva kifejlesztettem egy páros bipoláris négyszög-feszültségjel befecskendezésen alapuló érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározó és polaritásfelismerő módszert. Az algoritmus a válaszáramok csúcsértékeiből, kis számításigényű eljárással határozza meg a forgórész szöghelyzetét, amelyhez nem igényli a gépparaméterek értékének ismeretét.

4.1. altézis

A kibővített modell alapján a befecskendezési időtartam méretezésére szolgáló eljárást dolgoztam ki, amellyel a megbízható polaritásfelismerés biztosítható.

4.2. altézis

A fázistekercselések közötti különbségek és aszimmetriák által okozott szisztematikus szöghelyzetbecslési hiba helyesbítésére mérés alapú eljárást dolgoztam ki.

Közleményjegyzék

Folyóiratcikkek

[F-1] Szalay, I., Fodor, D., Enisz, K., Medve, H.: Permanent Magnet Synchronous Motor Model Extension for High-Frequency Signal Injection-Based Sensorless Magnet Polarity Detection
Energies, 15. kötet, 3. szám (2022). DOI: 10.3390/en15031131.

[F-2] Szalay, I., Fodor, D., Enisz, K., Medve, H.: Saliency Model Extension for Sensorless Initial Position and Polarity Detection of Permanent Magnet Synchronous Motors
IEEE Access, 9. kötet (2021) 168292–168314. old. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3136917.

[F-3] Szalay, I., Fodor, D., Medve, H.: Analysis and Modeling of Slotless Permanent Magnet Synchronous Motors
Hungarian Journal of Industry and Chemistry, 39. kötet, 1. szám (2011) 141–146. old.

[F-4] Fodor, D., Medve, H., Szalay, I., Kulcsár, T.: Sensorless Rotor Position Detection of PMSM for Automotive Application
Hungarian Journal of Industry and Chemistry, 38. kötet, 2. szám (2010) 207–210. old.

Konferenciacikkek

[K-1] Szalay, I., Fodor, D., Enisz, K.: Comparison of square-wave and sinusoidal signal injection in sensorless polarity detection for PMSMs
Konferenciakiadvány: 2022 IEEE 20th International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC) (2022) 583–589. old. DOI: 10.1109/PEMC51159.2022.9962876.

[K-2] Szalay, I., Kohlrusz, G., Fodor, D.: Modeling of slotless surface-mounted PM synchronous motor for sensorless applications
Konferenciakiadvány: IEEE International Electric Vehicle Conference (IEVC) (2014) 1–5. old. DOI: 10.1109/IEVC.2014.7056198.

[K-3] Szalay, I., Fodor, D.: Modeling of slotless surface-mounted PM synchronous motor for sensorless applications
Konferenciakiadvány: 17th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics (EDPE) (2013) 73–78. old.

[K-4] Kohlrusz, G., Szalay, I., Fodor, D.: OrCAD PSpice Implementation of a Realistic Three-Phase PMSM Model for Diagnostic Purposes
Konferenciakiadvány: 2019 IEEE International Electric Machines Drives Conference (IEMDC) (2019) 372–376. old. DOI: 10.1109/IEMDC.2019.8785371.

Konferencia-előadások

[E-1] Szalay, I. *Mérőkörnyezet fejlesztése önvezető jármű kisteljesítményű villamos hajtásainak vizsgálatára.* OGÉT 2019 XXVII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia. 2019.

[E-2] Szalay, I., Kohlrusz, G., Fodor, D. *Including the shaft position information in the model of an PMSM motor for sensorless control application.* Workshop on Design, Simulation, Optimization and Control of Green Vehicles and Transportation. 2014.

[E-3] Szalay, I., Fodor, D., Enisz, K. *Állandó mágneses szinkron motorok érzékelő nélküli polaritás meghatározása szinuszos nagyfrekvenciás jelbefecskendezéssel.* Autonóm Járművek Konferencia – Jövőformáló járműipari kutatások. 2021. nov.

[E-4] Szalay, I., Fodor, D. *Állandó mágneses szinkron motorok érzékelő nélküli kezdeti szöghelyzet meghatározása.* Digitális Járműipari Kutatások a Széchenyi István Egyetemen. 2021. máj.

Irodalomjegyzék

[1] Plunkett, A. B., Turnbull, F. G.: Load-Commutated Inverter/Synchronous Motor Drive Without a Shaft Position Sensor
IEEE Transactions on Industry Applications, IA-15. kötet, 1. szám (1979) 63–71. old. DOI: 10.1109/TIA.1979.4503613.

[2] Garces, L. J.: Parameter Adaption for the Speed-Controlled Static AC Drive with a Squirrel-Cage Induction Motor
IEEE Transactions on Industry Applications, IA-16. kötet, 2. szám (1980) 173–178. old. DOI: 10.1109/TIA.1980.4503768.

[3] Davoine, J., Perret, R., Le-Huy, H.: Operation of a Self-Controlled Synchronous Motor Without a Shaft Position Sensor
IEEE Transactions on Industry Applications, IA-19. kötet, 2. szám (1983) 217–222. old. DOI: 10.1109/TIA.1983.4504184.

[4] Sebastian, T., Slemon, G., Rahman, M. A.: Modelling of permanent magnet synchronous motors
IEEE Transactions on Magnetics, 22. kötet, 5. szám (1986) 1069–1071. old. DOI: 10.1109/TMAG.1986.1064466.

[5] Lin, R.-L., Hu, M.-T., Chen, S.-C., Lee, C.-Y.: Using phase-current sensing circuit as the position sensor for brushless DC motors without shaft position sensor
Konferenciakiadvány: 15th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society (1989) 215–218 vol.1. DOI: 10.1109/IECON.1989.69637.

[6] Wu, R., Slemon, G. R.: A permanent magnet motor drive without a shaft sensor
IEEE Transactions on Industry Applications, 27. kötet, 5. szám (1991) 1005–1011. old. DOI: 10.1109/28.90359.

[7] De Kock, H. W., Kamper, M. J., Kennel, R. M.: Anisotropy comparison of reluctance and PM synchronous machines for position sensorless control using HF carrier injection
IEEE Transactions on Power Electronics, 24. kötet, 8. szám (2009) 1905–1913. old. DOI: 10.1109/TPEL.2009.2017537.

[8] Lehmann, O., Schuster, J., Roth-Stielow, J.: Sensorless Control Techniques as Redundancy for the Control of Permanent Magnet Synchronous Machines in Electric Vehicles
Konferenciakiadvány: 2014 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC) (2014) 1–6. old. DOI: 10.1109/VPPC.2014.7007127.

[9] Jarzebowicz, L., Karwowski, K., Kulesza, W. J.: Sensorless algorithm for sustaining controllability of IPMSM drive in electric vehicle after resolver fault
Control Engineering Practice, 58. kötet (2017) 117–126. old. DOI: 10.1016/j.conengprac.2016.10.004.

[10] Rind, S. J., Jamil, M., Amjad, A.: Electric Motors and Speed Sensorless Control for Electric and Hybrid Electric Vehicles: A Review
Konferenciakiadvány: 2018 53rd International Universities Power Engineering Conference (UPEC) (2018) 1–6. old. DOI: 10.1109/UPEC.2018.8541871.

[11] Jeong, Y.-S., Lorenz, R., Jahns, T., Sul, S.-K.: Initial rotor position estimation of an interior permanent-magnet synchronous machine using carrier-frequency injection methods
IEEE Transactions on Industry Applications, 41. kötet, 1. szám (2005) 38–45. old. DOI: 10.1109/TIA.2004.840978.

[12] Bojoi, R., Pastorelli, M., Bottomley, J., Giangrande, P., Gerada, C.: Sensorless control of PM motor drives – A technology status review
Konferenciakiadvány: 2013 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD) (2013) 168–182. old. DOI: 10.1109/WEMDCD.2013.6525177.

[13] Wei, J., Xu, H., Zhou, B., Zhang, Z., Gerada, C.: An Integrated Method for Three-Phase AC Excitation and High-Frequency Voltage Signal Injection for Sensorless Starting of Aircraft Starter/Generator
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 66. kötet, 7. szám (2019) 5611–5622. old. DOI: 10.1109/TIE.2018.2871795.

[14] Hua, Y., Zhu, H.: Sensorless Control of Bearingless Permanent Magnet Synchronous Motor Based on LS-SVM Inverse System
Electronics, 10. kötet, 3. szám (2021). DOI: 10.3390/electronics10030265.

[15] Zhao, Y., Yu, H., Wang, S.: An Improved Super-Twisting High-Order Sliding Mode Observer for Sensorless Control of Permanent Magnet Synchronous Motor
Energies, 14. kötet, 19. szám (2021). DOI: 10.3390/en14196047.

[16] Morimoto, S., Kawamoto, K., Sanada, M., Takeda, Y.: Sensorless control strategy for salient-pole PMSM based on extended EMF in rotating reference frame
IEEE Transactions on Industry Applications, 38. kötet, 4. szám (2002) 1054–1061. old. DOI: 10.1109/TIA.2002.800777.

[17] Preindl, M., Schaltz, E.: Sensorless Model Predictive Direct Current Control Using Novel Second-Order PLL Observer for PMSM Drive Systems
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 58. kötet, 9. szám (2011) 4087–4095. old. DOI: 10.1109/TIE.2010.2100331.

[18] Preindl, M.: High-Performance Selective and Output Filter Techniques for Sensorless Direct Position and Speed Estimation
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 67. kötet, 7. szám (2020) 6000–6009. old. DOI: 10.1109/TIE.2019.2952800.

[19] Shinnaka, S.: New sensorless vector control using minimum-order flux state observer in a stationary reference frame for permanent-magnet synchronous motors

IEEE Transactions on Industrial Electronics, 53. kötet, 2. szám (2006) 388–398. old. DOI: 10.1109/TIE.2006.870729.

[20] Xu, W., Wang, L., Liu, Y., Blaabjerg, F.: Improved rotor flux observer for sensorless control of PMSM with adaptive harmonic elimination and phase compensation
CES Transactions on Electrical Machines and Systems, 3. kötet, 2. szám (2019) 151–159. old. DOI: 10.30941/CESTEMS.2019.00021.

[21] Tan, L. N., Cong, T. P., Cong, D. P.: Neural Network Observers and Sensorless Robust Optimal Control for Partially Unknown PMSM With Disturbances and Saturating Voltages
IEEE Transactions on Power Electronics, 36. kötet, 10. szám (2021) 12045–12056. old. DOI: 10.1109/TPEL.2021.3071465.

[22] Choi, J.: Regression Model-Based Flux Observer for IPMSM Sensorless Control with Wide Speed Range
Energies, 14. kötet, 19. szám (2021). DOI: 10.3390/en14196249.

[23] Han, Y.-S., Choi, J.-S., Kim, Y.-S.: Sensorless PMSM drive with a sliding mode control based adaptive speed and stator resistance estimator
IEEE Transactions on Magnetics, 36. kötet, 5. szám (2000) 3588–3591. old. DOI: 10.1109/20.908910.

[24] Chi, S., Sun, J.: A novel Sliding Mode Observer with multilevel discontinuous control for position sensorless PMSM drives
Konferenciakiadvány: 2008 Twenty-Third Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (2008) 127–131. old. DOI: 10.1109/APEC.2008.4522711.

[25] Liu, Y., Fang, J., Tan, K., Huang, B., He, W.: Sliding Mode Observer with Adaptive Parameter Estimation for Sensorless Control of IPMSM
Energies, 13. kötet, 22. szám (2020). DOI: 10.3390/en13225991.

[26] Bolognani, S., Oboe, R., Zigliotto, M.: Sensorless full-digital PMSM drive with EKF estimation of speed and rotor position
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 46. kötet, 1. szám (1999) 184–191. old. DOI: 10.1109/41.744410.

[27] Quang, N. K., Hieu, N. T., Ha, Q. P.: FPGA-Based Sensorless PMSM Speed Control Using Reduced-Order Extended Kalman Filters
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 61. kötet, 12. szám (2014) 6574–6582. old. DOI: 10.1109/TIE.2014.2320215.

[28] Dilys, J., Stankevič, V., Łuksza, K.: Implementation of Extended Kalman Filter with Optimized Execution Time for Sensorless Control of a PMSM Using ARM Cortex-M3 Microcontroller
Energies, 14. kötet, 12. szám (2021). DOI: 10.3390/en14123491.

[29] Montanari, M., Peresada, S. M., Rossi, C., Tilli, A.: Speed Sensorless Control of Induction Motors Based on a Reduced-Order Adaptive Observer

IEEE Transactions on Control Systems Technology, 15. kötet, 6. szám (2007) 1049–1064. old. DOI: 10.1109/TCST.2007.899714.

[30] Eom, W., Kang, I., Lee, J.: Enhancement of the speed response of PMSM sensorless control using an improved adaptive sliding mode observer
Konferenciakiadvány: 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics (2008) 188–191. old. DOI: 10.1109/IECON.2008.4757950.

[31] Piippo, A., Hinkkanen, M., Luomi, J.: Analysis of an Adaptive Observer for Sensorless Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 55. kötet, 2. szám (2008) 570–576. old. DOI: 10.1109/TIE.2007.911949.

[32] Choi, J., Nam, K., Bobtsov, A. A., Pyrkin, A., Ortega, R.: Robust Adaptive Sensorless Control for Permanent-Magnet Synchronous Motors
IEEE Transactions on Power Electronics, 32. kötet, 5. szám (2017) 3989–3997. old. DOI: 10.1109/TPEL.2016.2584084.

[33] Briz, F., Degner, M. W.: Rotor position estimation – A review of high-frequency methods
IEEE Industrial Electronics Magazine, 5. kötet, 2. szám (2011) 24–36. old. DOI: 10.1109/MIE.2011.941118.

[34] Holtz, J.: Initial rotor polarity detection and sensorless control of PM synchronous machines
Konferenciakiadvány: Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference Forty-First IAS Annual Meeting (2006) 2040–2047. old. DOI: 10.1109/IAS.2006.256816.

[35] Marchesoni, M., Passalacqua, M., Vaccaro, L., Calvini, M., Venturini, M.: Performance improvement in a sensorless surface-mounted PMSM drive based on rotor flux observer
Control Engineering Practice, 96. kötet (2020) 104276–104286. old. DOI: 10.1016/j.conengprac.2019.104276.

[36] Spießberger, R., Brunner, A., Schrödl, M.: Saliency-Based Position Sensorless Control of a Heavily Cross-Saturated PMSM
Konferenciakiadvány: IECON 2021 – 47th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (2021) 1–7. old. DOI: 10.1109/IECON48115.2021.9589210.

[37] Repecho, V., Waqar, J. B., Biel, D., Dòria-Cerezo, A.: Zero Speed Sensorless Scheme for Permanent Magnet Synchronous Machine Under Decoupled Sliding-Mode Control
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 69. kötet, 2. szám (2022) 1288–1297. old. DOI: 10.1109/TIE.2021.3062260.

[38] Vas, P.: Sensorless Vector and Direct Torque Control
Könyv: Oxford University Press, USA (1998). ISBN: 9780198564652.

[39] Wang, G., Valla, M., Solsona, J.: Position Sensorless Permanent Magnet Synchronous Machine Drives–A Review
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 67. kötet, 7. szám (2020) 5830–5842. old. DOI: 10.1109/TIE.2019.2955409.

[40] Schrödl, M., Simetzberger, C.: Sensorless control of PM synchronous motors using a predictive current controller with integrated INFORM and EMF evaluation
Konferenciakiadvány: 2008 13th International Power Electronics and Motion Control Conference (2008) 2275–2282. old. DOI: 10.1109/EPEPEMC.2008.4635602.

[41] Robeischl, E., Schrödl, M.: Optimized INFORM measurement sequence for sensorless PM synchronous motor drives with respect to minimum current distortion
IEEE Transactions on Industry Applications, 40. kötet, 2. szám (2004) 591–598. old. DOI: 10.1109/TIA.2004.824510.

[42] Bolognani, S., Calligaro, S., Petrella, R., Tursini, M.: Sensorless Control of IPM Motors in the Low-Speed Range and at Standstill by HF Injection and DFT Processing
IEEE Transactions on Industry Applications, 47. kötet, 1. szám (2011) 96–104. old. DOI: 10.1109/TIA.2010.2090317.

[43] Basic, D., Malrait, F., Rouchon, P.: Current Controller for Low-Frequency Signal Injection and Rotor Flux Position Tracking at Low Speeds
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 58. kötet, 9. szám (2011) 4010–4022. old. DOI: 10.1109/TIE.2010.2100336.

[44] He, T., Chu, J.: Adaptive Observer Enhanced with Low-Frequency Signal Injection for Sensorless Control of PMSM
Konferenciakiadvány: 2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS) (2019) 1–5. old. DOI: 10.1109/ICEMS.2019.8921508.

[45] Linke, M., Kennel, R., Holtz, J.: Sensorless position control of permanent magnet synchronous machines without limitation at zero speed
Konferenciakiadvány: IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society (2002) 674–679. old. DOI: 10.1109/IECON.2002.1187588.

[46] Bianchi, N., Bolognani, S., Jang, J.-H., Sul, S.-K.: Comparison of PM Motor Structures and Sensorless Control Techniques for Zero-Speed Rotor Position Detection
IEEE Transactions on Power Electronics, 22. kötet, 6. szám (2007) 2466–2475. old. DOI: 10.1109/TPEL.2007.904238.

[47] Xu, D., Wang, B., Zhang, G., Wang, G., Yu, Y.: A review of sensorless control methods for AC motor drives
CES Transactions on Electrical Machines and Systems, 2. kötet, 1. szám (2018) 104–115. old. DOI: 10.23919/TEMS.2018.8326456.

[48] Guo, L., Yang, Z., Lin, F.: A Novel Strategy for Sensorless Control of IPMSM with Error Compensation Based on Rotating High Frequency Carrier Signal Injection
Energies, 13. kötet, 8. szám (2020). DOI: 10.3390/en13081919.

[49] Tursini, M., Petrella, R., Parasiliti, F.: Initial rotor position estimation method for PM motors
IEEE Transactions on Industry Applications, 39. kötet, 6. szám (2003) 1630–1640. old. DOI: 10.1109/TIA.2003.818977.

[50] Murakami, S., Shiota, T., Ohto, M., Ide, K., Hisatsune, M.: Encoderless Servo Drive With Adequately Designed IPMSM for Pulse-Voltage-Injection-Based Position Detection
IEEE Transactions on Industry Applications, 48. kötet, 6. szám (2012) 1922–1930. old. DOI: 10.1109/TIA.2012.2226132.

[51] Zhao, C., Tanaskovic, M., Percacci, F., Mariéthoz, S., Gnos, P.: Sensorless Position Estimation for Slotless Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motors in Full Speed Range
IEEE Transactions on Power Electronics, 34. kötet, 12. szám (2019) 11566–11579. old. DOI: 10.1109/TPEL.2019.2908408.

[52] Wang, Z., Yao, B., Guo, L., Jin, X., Li, X., Wang, H.: Initial Rotor Position Detection for Permanent Magnet Synchronous Motor Based on High-Frequency Voltage Injection without Filter
World Electric Vehicle Journal, 11. kötet, 4. szám (2020). DOI: 10.3390/wevj11040071.

[53] Raca, D., Harke, M. C., Lorenz, R. D.: Robust Magnet Polarity Estimation for Initialization of PM Synchronous Machines With Near-Zero Saliency
IEEE Transactions on Industry Applications, 44. kötet, 4. szám (2008) 1199–1209. old. DOI: 10.1109/TIA.2008.926195.

[54] Degner, M., Lorenz, R.: Using multiple saliencies for the estimation of flux, position, and velocity in AC machines
IEEE Transactions on Industry Applications, 34. kötet, 5. szám (1998) 1097–1104. old. DOI: 10.1109/28.720450.

[55] Seilmeier, M., Piepenbreier, B.: Modeling of PMSM with multiple saliencies using a stator-oriented magnetic circuit approach
Konferenciakiadvány: 2011 IEEE International Electric Machines Drives Conference (2011) 131–136. old. DOI: 10.1109/IEMDC.2011.5994796.

[56] Nakashima, S., Inagaki, Y., Miki, I.: Sensorless initial rotor position estimation of surface permanent-magnet synchronous motor
IEEE Transactions on Industry Applications, 36. kötet, 6. szám (2000) 1598–1603. old. DOI: 10.1109/28.887211.

[57] Kim, H., Huh, K.-K., Lorenz, R., Jahns, T.: A novel method for initial rotor position estimation for IPM synchronous machine drives
IEEE Transactions on Industry Applications, 40. kötet, 5. szám (2004) 1369–1378. old. DOI: 10.1109/TIA.2004.834091.

[58] Wang, Z., Cao, Z., He, Z.: Improved Fast Method of Initial Rotor Position Estimation for Interior Permanent Magnet Synchronous Motor by Symmetric Pulse Voltage Injection
IEEE Access, 8. kötet (2020) 59998–60007. old. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2983106.

[59] Schmidt, P., Gasperi, M., Ray, G., Wijenayake, A.: Initial rotor angle detection of a nonsalient pole permanent magnet synchronous machine
Konferenciakiadvány: IAS '97. Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference Thirty-Second IAS Annual Meeting (1997) 459–463. old. DOI: 10.1109/IAS.1997.643063.

[60] Lee, W.-J., Sul, S.-K.: A New Starting Method of BLDC Motors Without Position Sensor
IEEE Transactions on Industry Applications, 42. kötet, 6. szám (2006) 1532–1538. old. DOI: 10.1109/TIA.2006.882668.

[61] Lin, M., Zhang, Z., Lin, K.: A novel and easy-realizing initial rotor position detection method and speedup algorithm for sensorless BLDC motor drives
Konferenciakiadvány: 2008 International Conference on Electrical Machines and Systems (2008) 2860–2865. old.

[62] Hu, H., Xu, G., Hu, B.: A New Start Method for Sensorless Brushless DC Motor Based on Pulse Injection
Konferenciakiadvány: Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (2009) 1–5. old. DOI: 10.1109/APPEEC.2009.4918079.

[63] Bi, G., Wang, G., Zhang, G., Zhao, N., Xu, D.: Low-Noise Initial Position Detection Method for Sensorless Permanent Magnet Synchronous Motor Drives
IEEE Transactions on Power Electronics, 35. kötet, 12. szám (2020) 13333–13344. old. DOI: 10.1109/TPEL.2020.2995961.

[64] Filka, R., Balazovic, P., Dobrucky, B.: Transducerless speed control with initial position detection for low cost PMSM drives
Konferenciakiadvány: 2008 13th International Power Electronics and Motion Control Conference (2008) 1402–1408. old. DOI: 10.1109/EPEPEMC.2008.4635464.

[65] Zossak, S., Stulraiter, M., Makys, P., Sumega, M.: Initial Position Detection of PMSM
Konferenciakiadvány: 2018 IEEE 9th International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED) (2018) 12–17. old. DOI: 10.1109/SLED.2018.8486043.

[66] Wang, Y., Guo, N., Zhu, J., Duan, N., Wang, S., Guo, Y., Xu, W., Li, Y.: Initial Rotor Position and Magnetic Polarity Identification of PM Synchronous Machine Based on Nonlinear Machine Model and Finite Element Analysis
IEEE Transactions on Magnetics, 46. kötet, 6. szám (2010) 2016–2019. old. DOI: 10.1109/TMAG.2010.2042690.

[67] Östlund, S., Brokemper, M.: Sensorless rotor-position detection from zero to rated speed for an integrated PM synchronous motor drive
IEEE Transactions on Industry Applications, 32. kötet, 5. szám (1996) 1158–1165. old. DOI: 10.1109/28.536878.

[68] Wu, T., Luo, D., Huang, S., Wu, X., Liu, K., Lu, K., Peng, X.: A Fast Estimation of Initial Rotor Position for Low-Speed Free-Running IPMSM
IEEE Transactions on Power Electronics, 35. kötet, 7. szám (2020) 7664–7673. old. DOI: 10.1109/TPEL.2019.2958101.

[69] Noguchi, T., Yamada, K., Kondo, S., Takahashi, I.: Initial rotor position estimation method of sensorless PM synchronous motor with no sensitivity to armature resistance
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 45. kötet, 1. szám (1998) 118–125. old. DOI: 10.1109/41.661312.

[70] Kim, J. S., Sul, S. K.: New stand-still position detection strategy for PMSM drive without rotational transducers
Konferenciakiadvány: Proceedings of 1994 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - ASPEC'94 (1994) 363–369 vol.1. DOI: 10.1109/APEC.1994.316376.

[71] Kumar, P., Bottesi, O., Calligaro, S., Alberti, L., Petrella, R.: Self-Adaptive High-Frequency Injection Based Sensorless Control for Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drives
Energies, 12. kötet, 19. szám (2019). DOI: 10.3390/en12193645.

[72] Timár, P. L., Schmidt, I., Retter, G. J. „Space Vector Theory". *Modern Electrical Drives.* Szerk. Ertan, H. B., Üçtuğ, M. Y., Colyer, R., Consoli, A. Dordrecht: Springer Netherlands, 2000, 359–392. old. ISBN: 978-94-015-9387-8. DOI: 10.1007/978-94-015-9387-8_18.

[73] Serrano-Iribarnegaray, L. „The Space Phasor Theory". *Modern Electrical Drives.* Szerk. Ertan, H. B., Üçtuğ, M. Y., Colyer, R., Consoli, A. Dordrecht: Springer Netherlands, 2000, 393–423. old. ISBN: 978-94-015-9387-8. DOI: 10.1007/978-94-015-9387-8_19.

[74] Benjak, O., Gerling, D.: Review of position estimation methods for PMSM drives without a position sensor, part III: Methods based on saliency and signal injection
Konferenciakiadvány: 2010 International Conference on Electrical Machines and Systems (2010) 873–878. old.

[75] Sun, W., Shen, J.-X., Jin, M.-J., Hao, H.: A Robust Magnetic Polarity Self-Sensing Method for Start Up of PM Synchronous Machine in Fanlike System
IEEE Transactions on Industry Applications, 53. kötet, 3. szám (2017) 2169–2177. old. DOI: 10.1109/TIA.2017.2672525.

[76] Wang, Y., Zhu, J., Wang, S., Guo, Y., Xu, W.: Nonlinear Magnetic Model of Surface Mounted PM Machines Incorporating Saturation Saliency

IEEE Transactions on Magnetics, 45. kötet, 10. szám (2009) 4684–4687. old. DOI: 10.1109/TMAG.2009.2022641.

[77] Laborda, D. F., Díaz Reigosa, D., Fernández, D., Sasaki, K., Kato, T., Briz, F.: Enhanced Torque Estimation in Variable Leakage Flux PMSM Combining High and Low Frequency Signal Injection
Konferenciakiadvány: 2020 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE) (2020) 1764–1771. old. DOI: 10.1109/ECCE44975.2020.9235869.

[78] Polyanin, A. D., Zaitsev, V. F.: Handbook of Ordinary Differential Equations: Exact Solutions, Methods, and Problems
Könyv: Chapman & Hall, Boca Raton, Florida, Amerikai Egyesült Államok (2018). 394–431. old. ISBN: 9781315117638. DOI: 10.1201/9781315117638.

Függelékek

Az értekezésben alkalmazott matematikai jelölések

Jelölés	Leírás
a, B, γ, Δ	Számértékű mennyiségek (aláhúzás és föléhúzás nélküli dőlt latin betűk, dőlt görög kisbetűk, álló görög nagybetűk).
e, j, π	Matematikai állandók (álló kisbetűk).
$\underline{a}$	Oszlopvektor.
$\overline{a}$	Komplex szám.
$\underline{a}^T$	Sorvektor. $\underline{a}$ transzponáltja.
$\underline{\underline{A}}$	Kétméretű mátrix.
$\underline{\underline{A}}^{-1}$	Kétméretű mátrix inverze.
$\underline{\underline{I}}_n$	Az $n \times n$-elemű egységmátrix.
$\underline{\underline{\underline{A}}}$	Háromméretű mátrix.
$\underline{\underline{A}}\underline{b}$, $\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{B}}$, $\underline{a}^T\underline{\underline{B}}$	A mátrix szorzás jelölése.
$\underline{\underline{A}} \otimes \underline{\underline{B}}$	A Kronecker-szorzat jelölése.
$\underline{a} \cdot \underline{b}$	Oszlopvektorok skalárszorzatának jelölése.
$\underline{a} \circ \underline{b}$	Oszlopvektorok elemenkénti szorzatának jelölése.
$\mathbb{A}$	Halmaz.
$\{a, b, c\}$	Halmaz megadása az elemeivel.
$\{1 \cdots N\}$	Egész számok sorozatából álló halmaz.
$\mathbb{A} \times \mathbb{B}$	Halmazok Descartes-szorzata.
$\mathbb{R}$	A valós számok halmaza.
$\mathbb{R}^n$	Az n-elemű valós oszlopvektorok halmaza.
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Az $n \times m$-elemű valós mátrixok halmaza.
$\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$	Az f függvény t szerinti teljes deriváltja.
$\dfrac{\partial f}{\partial t}$	Az f függvény t szerinti részleges (parciális) deriváltja.
$\underline{\underline{J}}^{\underline{f}}_{\underline{x}_0}$	Az $\underline{f}(\underline{x})$ többváltozós vektorértékű függvény Jacobi-mátrixa által az $\underline{x}_0$ helyen felvett érték.
$\underline{\underline{H}}^{f}_{\underline{x}_0}$	Az $f(\underline{x})$ többváltozós skalárértékű függvény Hesse-mátrixa által az $\underline{x}_0$ helyen felvett érték.
$f\vert_{\underline{x}_0}$	Az f függvény által az $\underline{x}_0$ helyen felvett érték.
$\mathrm{grad}\, f$	Az $f(\underline{x})$ vektorváltozós függvény oszlopvektor alakú gradiense.
$\mathrm{D}f = (\mathrm{grad}\, f)^T$	Az $f(\underline{x})$ vektorváltozós függvény gradiensének transzponáltja.
$\hat{x}$	Az x mennyiség becsült értéke.
$A_{b(n)}$	Az A_b mennyiség n-edik időbeli harmonikusa, vagy az n-edik harmonikushoz tartozó A_b jellemző.
$\underline{y}$, $\underline{\underline{X}}$ és $\underline{\beta}$	A legkisebb négyzetek módszerénél a kimeneti vektor, a regresszor vektorokból álló mátrix, és a paraméter vektor általános jelölése.

Az értekezésben alkalmazott nem szokványos matematikai függvények

Jelölés	**Leírás**
$\mathrm{atan2}(y, x)$	A kétváltozós vagy négynegyedes arkusz tangens függvény, ami az $x + \mathrm{j}y$ komplex számhoz a szögét (argumentumát) rendeli.
$W_0(x)$	A Lambert-féle W-függvény, vagy más néven az omega függvény vagy logaritmus-szorzat függvény elsődleges ága. Az $x = W(x)\,\mathrm{e}^{W(x)}$ egyenlet megoldása, ha $W(x) \geq -1$.

Az értekezésben alkalmazott rövidítések

Rövidítés	**Feloldás**
ÁMSZG	Állandó mágneses szinkrongép.
ÁMSZM	Állandó mágneses szinkronmotor.
ISZM	Impulzusszélesség-moduláció.
MOSFET	Metal-oxide-semiconductor field effect transistor. Fém-oxid-félvezető térvezérlésű tranzisztor.
NYÁK	Nyomtatott áramköri kártya.
FIFO	First-in first-out.
FPGA	Field programmable gate array.

A fizikai mennyiségek általános jelei

Jelölés	**Mértékegység**	**Leírás**
e	V	Mozgási indukált feszültség
i	A	Időben változó áramerősség.
I	A	Időben állandó áramerősség.
L	H	Differenciális induktivitás.
M	N m	Forgatónyomaték.
R	Ω	Villamos ellenállás.
t	s	Idő.
T	s	Időtartam.
u	V	Időben változó feszültség.
U	V	Időben állandó feszültség.
Γ	$\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}^2}$	Telítődési együttható.
η	rad	Időbeli fáziseltolódás.
ϑ	rad	Szöghelyzet.
Ψ	Wb	Tekercsfluxus vagy csatolt fluxus. A mágneses fluxus és a menetszám szorzata.
φ	rad	Időbeli fázis.
ω	$\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$	Szögsebesség vagy körfrekvencia.

A fizikai mennyiségek jelölései

Jelölés	Leírás
$_{abc}$, $_{\alpha\beta\gamma}$ és $_{dq0}$	Alsó indexek a koordináta-rendszerek jelölésére.
a, b, c	Az állórészhez kötött háromfázisú koordináta-rendszer tengelyei.
$\underline{\underline{C}}$	A 3×3-as Clarke-transzformációs mátrix.
d, q, 0	A forgórészhez kötött kétfázisú koordináta-rendszer tengelyei és a hozzájuk tartozó zérusrendű összetevő.
e_a, e_b, e_c	A forgási indukált feszültségek az állórészhez kötött háromfázisú koordináta-rendszerben.
$_{gpn}$ és ^{G}	Az általánosított indexeléshez tartozó alsó és felső indexek
$\underline{i}_{abc}$	Az áramvektor az abc koordináta-rendszerben.
i_a, i_b és i_c	A fázisáramok az abc koordináta-rendszerben.
i_a^{lin}	Az i_a fázisáram lineáris modell szerint szimulált értéke.
$\underline{i}_{\alpha\beta\gamma}$	Az áramvektor az $\alpha\beta\gamma$ koordináta-rendszerben.
i_α, i_β és i_γ	A fázisáramok az $\alpha\beta\gamma$ koordináta-rendszerben.
$\bar{\imath}_S$	Az áram-térvektor az álló vonatkoztatási rendszerben.
$\underline{i}_{dq0}$	Az áramvektor a $dq0$ koordináta-rendszerben.
i_d, i_q és i_0	A fázisáramok az $dq0$ koordináta-rendszerben.
$\hat{\underline{\imath}}_{dq}$	A látszólagos áramvektor a becsült dq koordináta-rendszerben.
$\hat{\imath}_d$	A látszólagos d-irányú áram.
$i_{d(k)}$	A d-irányú áram k-adik harmonikusa.
$i_{d(2)}^{R=0}$	A d-irányú áram második harmonikusa $R = 0\,\Omega$-ot feltételezve.
$I_{d(k)}$	A d-irányú áram k-adik harmonikusának amplitúdója.
$\hat{I}_{d(k)}$	A látszólagos d-irányú áram k-adik harmonikusának amplitúdója.
$I_{q(k)}$	A q-irányú áram k-adik harmonikusának amplitúdója.
$\bar{\imath}$	Az áram-térvektor a forgó vonatkoztatási rendszerben.
i_j^{G+} és i_j^{G-}	A $G \in \{A,B,C\}$ fázis irányában felfutó és lefutó éllel kezdődő négyszög befecskendezés során a $j \in \{a,b,c\}$ fázison mért áramértékek.
i_g^G, i_p^G, i_n^G	A négyszög befecskendezés során mért fázisáramok középértékei.
i^G	Az összevont fázisáram középérték.
$i_{100\,\%}$	A tesztmérések szerint a $100\,\%$-ban helyes polaritásfelismeréshez szükséges fázisáram-középérték.
Δi_g^G, Δi_p^G, Δi_n^G	A négyszög befecskendezés során mért fázisáramok különbségei.
Δi^G	Az összevont fázisáram különbség.
$\Delta i_{100\,\%}$	A tesztmérések szerint a $100\,\%$-ban helyes polaritásfelismeréshez szükséges fázisáram-különbség.

$\underline{\underline{J}}_3$	90°-os forgatási mátrix a $d-q$ síkon.
J	A forgórész tehetetlenségi nyomatéka.
$\underline{\underline{L}}_{abc}(\vartheta)$	A 3×3-as differenciális induktivitásmátrix az abc koordináta-rendszerben.
$\underline{\underline{L}}_{abc}^{\mathrm{cdi}}(\underline{i}_{abc},\vartheta)$	Az áramfüggő induktivitásmátrix az abc koordináta-rendszerben.
$\underline{\underline{L}}_{\alpha\beta}(\vartheta)$	A 2×2-es differenciális induktivitásmátrix az $\alpha\beta$ koordináta-rendszerben
$\underline{\underline{L}}_{dq0}$	A 3×3-as differenciális induktivitásmátrix a $dq0$ koordináta-rendszerben.
$L_{dq}^{\mathrm{cdi}}\left(\underline{i}_{dq0}\right)$	Az áramfüggő induktivitásmátrix az $dq0$ koordináta-rendszerben.
L_{ij}	Differenciális induktivitások, ahol $i,j \in \{a,b,c\}$, $i,j \in \{\alpha,\beta,\gamma\}$ vagy $i,j \in \{d,q,0\}$. Az öninduktivitások esetén $i=j$. A kölcsönös induktivitások esetén $i \neq j$.
$L_d = L_{dd}$	A d-irányú öninduktivitás.
$L_q = L_{qq}$	A q-irányú öninduktivitás.
L_s	Az abc öninduktivitások középértéke.
L_{so}	Mágnesező induktivitás.
$L_{sl} = L_{00}$	Szórt induktivitás.
L_x	Az abc ön- és kölcsönös induktivitások második térbeli harmonikusának amplitúdója.
$L_{\min}$, $L_{\max}$	Az abc öninduktivitások legkisebb és legnagyobb értéke.
ΣM	A forgórészre ható eredő forgatónyomaték.
M_E	Az elektromágneses forgatónyomaték.
M_S	A súrlódási forgatónyomaték.
M_T	A terhelőnyomaték.
N_C	Azon szöghelyzetek száma, ahol a polaritásfelismerés helyes.
$\mathcal{P}$	Polaritás.
$P_{\alpha}^{U_{DC}}$	A helyes polaritásfelismerés valószínűsége.
R	A fázisellenállások középértéke.
$\underline{\underline{R}}(\vartheta)$	Forgatási mátrix.
$\underline{\underline{T}}(\vartheta)$ és $\underline{\underline{T}}^{-1}(\vartheta)$	A Park- és az inverz Park-transzformációs mátrix
T_S	Mintavételi idő.
$T_{\mathrm{terv}}^{U_{DC}}$	A befecskendezési időtartam tervezett értéke.
$\underline{u}_{abc}$	A feszültségvektor az abc koordináta-rendszerben.
u_a, u_b és u_c	A fázisfeszültségek az abc koordináta-rendszerben.
u_{a0}, u_{b0}, u_{c0}	A fáziskivezetések és a külső földpont közötti feszültségek.
$\underline{u}_{\alpha\beta\gamma}$	A feszültségvektor az $\alpha\beta\gamma$ koordináta-rendszerben.

u_α, u_β és u_γ	A fázisfeszültségek az $\alpha\beta\gamma$ koordináta-rendszerben.
$\overline{u}_S$	A feszültség-térvektor az álló vonatkoztatási rendszerben.
$\underline{u}_{dq0}$	A feszültségvektor a $dq0$ koordináta-rendszerben.
u_d, u_q és u_0	A fázisfeszültségek a $dq0$ koordináta-rendszerben.
$\overline{u}$	A feszültség-térvektor a forgó vonatkoztatási rendszerben.
U_{DC}	Közbenső köri egyenfeszültség.
u_s	A csillagpont és a külső földpont közötti feszültség.
U_0	A befecskendezett feszültségjel amplitúdója.
W'_{mag}	Mágneses koenergia.
z_P	A póluspárok száma.
α, β, γ	Az állórészhez kötött kétfázisú koordináta-rendszer tengelyei és a hozzájuk tartozó zérusrendű összetevő.
α_k^D	A k-adik csúcsnál mért összevont áramkülönbségekből képzett vektor valós része.
α_k^M	A k-adik csúcsnál mért összevont áramközépértékekből képzett vektor valós része.
β_k^D	A k-adik csúcsnál mért összevont áramkülönbségekből képzett vektor képzetes része.
β_k^M	A k-adik csúcsnál mért összevont áramközépértékekből képzett vektor képzetes része.
γ	A befecskendezési szöghiba, azaz a δ befecskendezési szög és a villamos szöghelyzet közötti különbség szinuszos befecskendezésnél.
$\underline{\underline{\Gamma}}_{abc}(\vartheta)$	Az abc háromfázisos tekercsfluxus-áram függvény 9×3-as összevont Hesse-mátrixa.
$\underline{\underline{\Gamma}}_{dq0}$	A $dq0$ tekercsfluxus-áram függvény 9×3-as összevont Hesse-mátrixa.
Γ_{ijk}	Telítődési együtthatók, ahol $i,j,k \in \{a,b,c\}$, $i,j,k \in \{\alpha,\beta,\gamma\}$ vagy $i,j,k \in \{d,q,0\}$.
$\underline{\underline{\Gamma}}_k(\vartheta)$	A $k \in \{a,b,c\}$ fázis tekercsfluxus-áram függvényének Hesse-mátrixa.
Γ_0	A polaritásfüggő telítődési együttható.
$\gamma_n^{(ijk)}$	A Γ_{ijk} abc-beli telítődési együttható Fourier-sor alakjának n-edik együtthatója.
δ	A befecskendezési szög szinuszos befecskendezésnél.
$\varepsilon_{i(2)}$	Az $i \in \{d,q\}$-irányú feszültségegyenlet négyzetes tagjainak megfelelő látszólagos gerjesztő feszültség.
$\eta_{i(2)}$	Az $i \in \{d,q\}$-irányú áram második harmonikusának fáziskésése.
ϑ	A forgórész villamos szöghelyzete.

ϑ_M	A forgórész mechanikai szöghelyzete.
$\hat{\vartheta}$	A villamos szöghelyzet becsült értéke.
$\hat{\vartheta}_k^M$	A k-adik csúcsnál mért összevont áramközépértékek alapján becsült villamos szöghelyzet.
$\hat{\vartheta}_k^D$	A k-adik csúcsnál mért összevont áramkülönbségek alapján becsült villamos szöghelyzet.
$\Delta\vartheta$	A villamos szöghelyzet-becslés hibája
$\lambda_n^{(ij)}$	Az L_{ij} abc-beli induktivitás Fourier-sor alakjának n-edik együtthatója.
σ_{CM}	Az árammérés zajának szórása a kísérleti hajtásban.
$\sigma_\vartheta^{U_{DC}}$	A szöghelyzet becslés hibájának szórása U_{DC} közbenső köri egyenfeszültség mellett.
$\varphi_{i(k)}$	Az $i \in \{d,q\}$-irányú áram k-adik harmonikusának fázisa a feszültséghez képest.
$\hat{\varphi}_{i(k)}$	A látszólagos $i \in \{d,q\}$-irányú áram k-adik harmonikusának fázisa a feszültséghez képest.
$\Delta\hat{\varphi}_{d(2)}^{R=0}$	
$\underline{\Psi}_{abc}$	A tekercsfluxus-vektor az abc koordináta-rendszerben.
Ψ_a, Ψ_b és Ψ_c	A fázisok tekercsfluxusai az abc koordináta-rendszerben.
$\underline{\Psi}_{\alpha\beta\gamma}$	A tekercsfluxus-vektor az $\alpha\beta\gamma$ koordináta-rendszerben.
Ψ_α, Ψ_β és Ψ_γ	A fázisok tekercsfluxusai az $\alpha\beta\gamma$ koordináta-rendszerben.
$\overline{\Psi}_S$	A tekercsfluxus-térvektor az álló vonatkoztatási rendszerben.
$\underline{\Psi}_{dq0}$	A feszültségvektor a $dq0$ koordináta-rendszerben.
Ψ_d, Ψ_q és Ψ_0	A fázisok tekercsfluxusai a $dq0$ koordináta-rendszerben.
$\overline{\Psi}$	A tekercsfluxus-térvektor a forgó vonatkoztatási rendszerben.
$\underline{\Psi}_{abc}^{PM}$	Az állandó mágnesek tekercsfluxus-vektora az abc koordináta-rendszerben
$\underline{\Psi}_{dq0}^{PM}$	Az állandó mágnesek tekercsfluxus-vektora a $dq0$ koordináta-rendszerben
Ψ_{PM}	Az állandó mágnesek által keltett tekercsfluxus-vektorok amplitúdója.
$\psi_n^{(i)}$	A Ψ_i abc-beli tekercsfluxus Fourier-sor alakjának n-edik együtthatója.
ω	Villamos szögsebesség.
$\hat{\omega}$	A villamos szögsebesség becsült értéke.
ω_c	A szinuszos vizsgálójel körfrekvenciája.
ω_M	Mechanikai szögsebesség.